

# Modélisation 3D

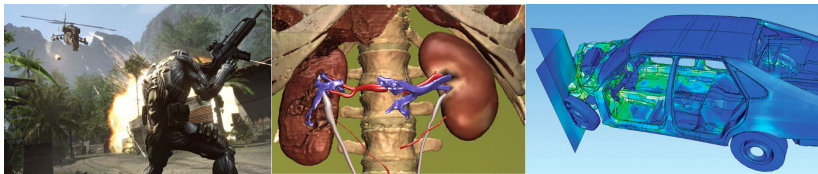
CPE Lyon

[damien.rohmer@cpe.fr](mailto:damien.rohmer@cpe.fr)

# Synthèse d'images : Domaines d'applications

- Loisir, Graphique (Entertainment) : Cinéma, Jeux vidéos, Communication, ....
- Calcul : Engineering, médical, ...
- CAO (CAD) : Conception, prototypage, ...

Interactions entre les domaines !



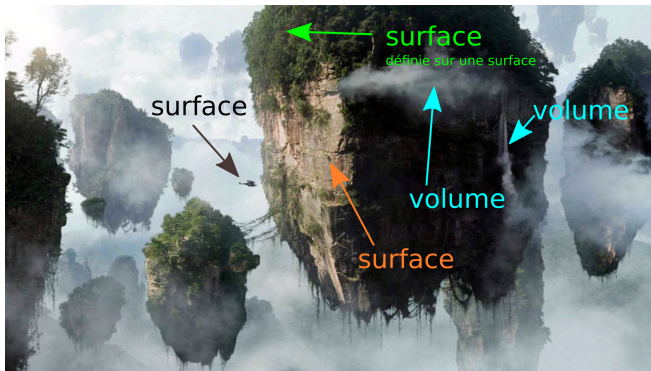
© Crysis, Sofa

- Comment modélise t'on un objet 3D, inventaire ?
- Quel modèle pour quelle application ?



## ■ Comment modéliser un objet 3D ?

- 1 Surface uniquement ou volume ?
- 2 Comment l'encode t'on ?

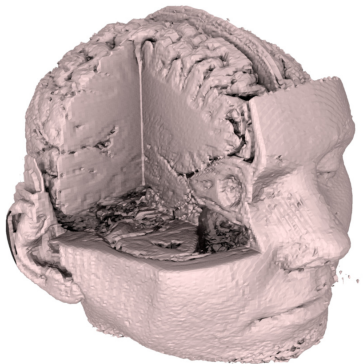


Quels sont les objets virtuels ?

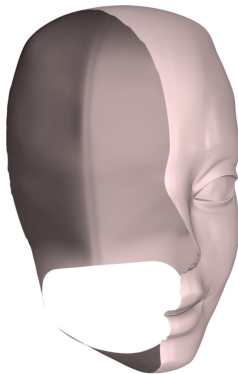


© Day After Tomorrow, © Lord of the Rings, © Titanic

## ■ Modélisation volumique



## ■ Modélisation surfacique



- Explicite
  - BRep : Boundary Representation
    - Maillage
    - Paramétrique
    - Subdivision
  - CSG : Constructive Solide Geometry
- Implicite
  - Voxels
  - Paramétrique
    - Squelettes
    - Analytiques
  - Points-sets
    - MLS
    - Surfels
- Fractales

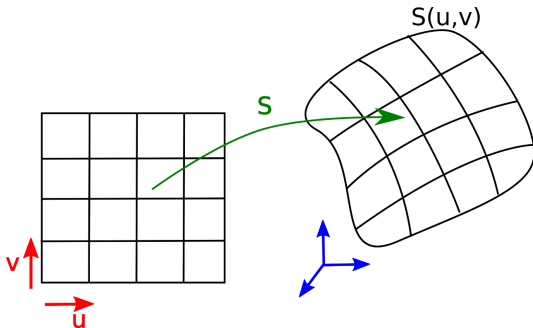
## Explicite BREP

- ⇒ Maillage
  - . Paramétrique
  - . Subdivision



- Explicitement  $\simeq$  paramétriquement :

$$S: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S(u, v) = (S_x(u, v), S_y(u, v), S_z(u, v)) \end{cases}$$



- $S$ =mapping  $\neq$  Surface  $\Gamma$ =trace de  $S$  dans  $\mathbb{R}^3$
- Brep  $\simeq$  Estimation de  $S$ .

# Maillage (triangulaire)

- Maillage triangulaire = BRep le plus simple.
- On ne connaît pas  $S$  : On l'estime localement de manière discrète

$$S = \bigcup_i S_i$$

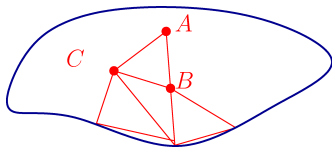
- Mapping le plus simple : Linéaire

$$S_i : \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S_i(u, v) = u\vec{AB} + v\vec{AC} + \vec{OA} \end{cases}$$

$$\mathcal{D} : (u, v) \in [0, 1]^2, 0 \leq u + v \leq 1$$

Propriétés :

- $S$  est globalement  $\mathcal{C}^0$ .
- $S$  n'est jamais  $\mathcal{C}^1$  (sauf plan).
- Peut interpoler n'importe quel ensemble discret de points.



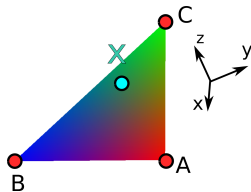
# Coordonnées barycentriques

$$(u, v) \mapsto S_i(u, v) = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{OA}$$

$$(\alpha, \beta, \gamma) \mapsto S'_i(\alpha, \beta, \gamma) = \alpha A + \beta B + \gamma C$$

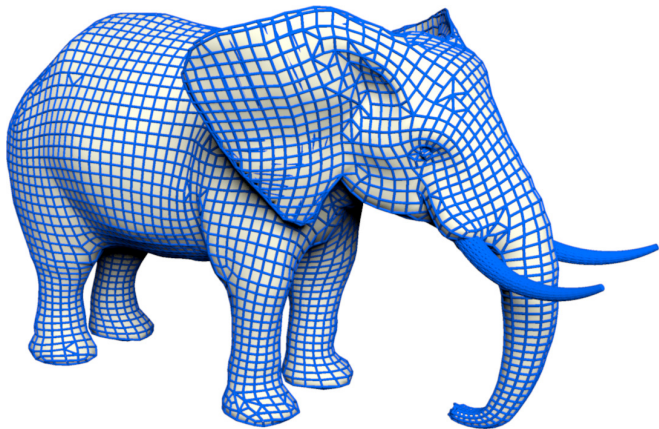
$$\alpha + \beta + \gamma = 1$$

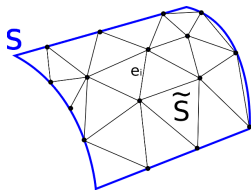
$$(\alpha, \beta, \gamma) \in [0, 1]^3$$



# Maillage

- Cas spéciale : Un maillage peut contenir des polygones de  $N$  sommets ( $N \geq 3$ ).
- Véritable polygone :  $N$  sommets coplanaires. Sinon on triangule.





- $S$  : Vraie surface différentiable.
- $\mathcal{T}_S$  : Surface triangulée

$$\|S - \mathcal{T}_S\| = h|\kappa_{\max}| \quad (\simeq h\|S''\|)$$

Approximation linéaire (ordre 1).

- $h = K \max_i e_i$ .

$$\Rightarrow \|S - \mathcal{T}_S\| = \mathcal{O}\left(\max_i e_i |\kappa_{\max}|\right)$$

# Maillage (Volume)

- Pour un volume :  
élément linéaire = Tetraèdre

$$\mathbf{x} = u(\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_0) + v(\mathbf{x}_2 - \mathbf{x}_0) + w(\mathbf{x}_3 - \mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_0$$

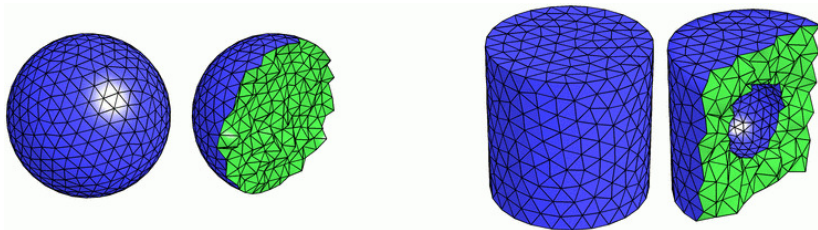
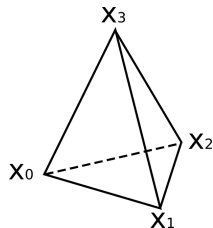
$$0 < u + v + w < 1$$

$$(u, v, w) \in [0, 1]^3$$

$$\mathbf{x} = \alpha\mathbf{x}_0 + \beta\mathbf{x}_1 + \gamma\mathbf{x}_2 + \delta\mathbf{x}_3$$

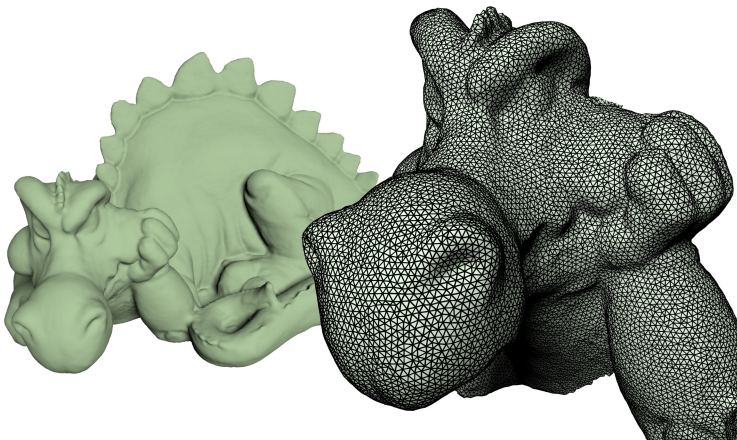
$$\alpha + \beta + \gamma + \delta = 1$$

$$(\alpha, \beta, \gamma, \delta) \in [0, 1]^3$$



# Maillage, conclusion

- + Le plus simple
- + Le plus polyvalent
- + Le plus répandu
- + Rendu
- La moins bonne approximation

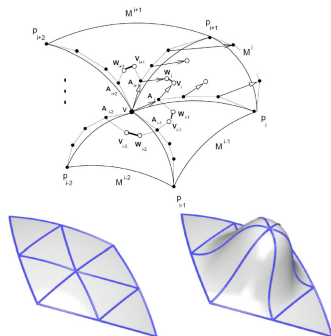


## Explicite BREP

- . Maillage
- ⇒ Paramétrique
- . Subdivision

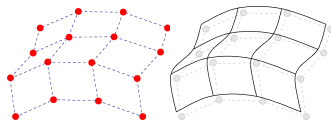


- Paramétrique = Ordre  $> 1$
- Idée 1
  - Information de dérivées (triangles courbes)
  - Problème : Information non disponible.
  - ⇒ Peu utilisé.



[Yvart, Hahmann 01-04]

- Idée 2
  - Ajouter des sommets (patches non triangulaires)
  - Problème : Structure des patches.
  - Cas classique : Patches rectangulaires  $uv$ .
  - ⇒ Très utilisé.

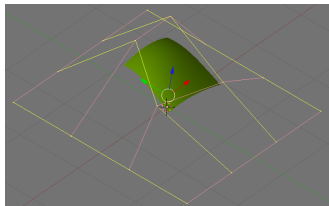


# Paramétrique : Patch Splines

- Patch (4 x 4), fonctions bi-cubiques.
- ⇒ Surface paramétrique  $C^2$  : Courbure continue.

$$S(u, v) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 b_i(u) b_j(v) P_{ij}$$

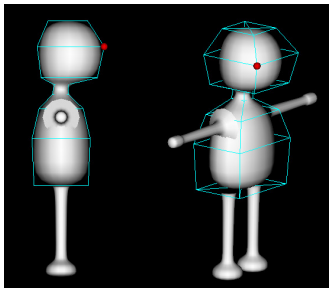
(surface produit tensoriel)



Cas particulier (vecteur de noeud uniforme)

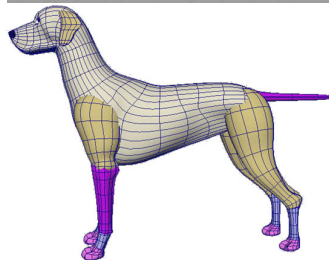
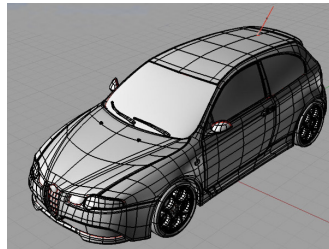
$$S(u, v) = (u^3 u^2 u 1) M [P_{ij}] M^T (v^3 v^2 v 1)^T$$

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



# Paramétrique, conclusion

- + Surface lisse (CAO).
- Structure par patches
  - modélisation manuelle
  - technique
  - jonctions

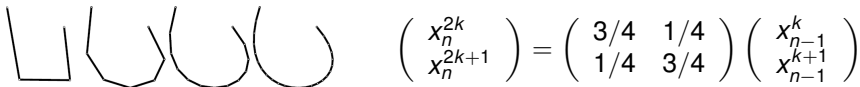


# Surface de subdivisions

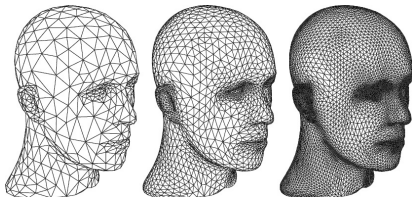
⇒ Réponse au problème :

- + Surface lisse
- + contrôle local
- + structure quelconque.

## ■ Courbes de subdivisions (principe : mask 1D)



## ■ Généralisation pour des maillages (principe : mask 2D)



## Explicite BREP

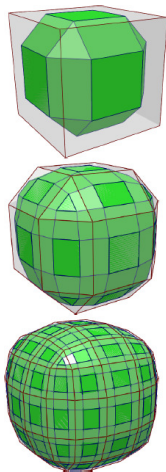
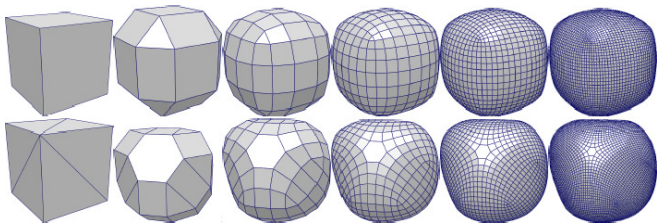
- . Maillage
- . Paramétrique
- ⇒ Subdivision

# Surface de subdivisions

- étape 0 : Polygone de contrôle  $P^0$ .
- étape 1 : Subdivision  $P^0 = P^1$ .
- ⋮
- étape  $i$  : Subdivision  $P^{i-1} = P^i$ .
- ⋮

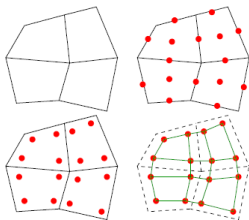
Surface finale  $S = \lim_{i \rightarrow \infty} P^i$ .

Il est possible d'avoir  $S \mathcal{C}^2$  presque partout.



# Surface de subdivisions

- Schémas de subdivisions :
  - **Loop** : triangles,  $C^2$  pp, approximation.
  - **Catmull Clark** : quads,  $C^2$  pp, approximation.
  - **Doo-Sabin** (corner cutting) : quads,  $C^2$  pp, approximation.
  - **Butterfly** : triangles,  $C^1$  pp, interpolation.
  - $\sqrt{3}$ -**Kobbelt** : triangles,  $C^2$  pp, approximation.

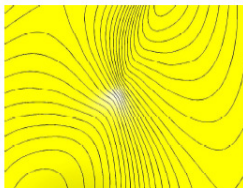
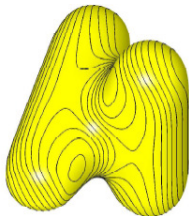
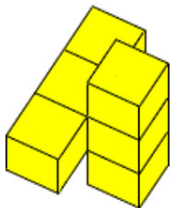
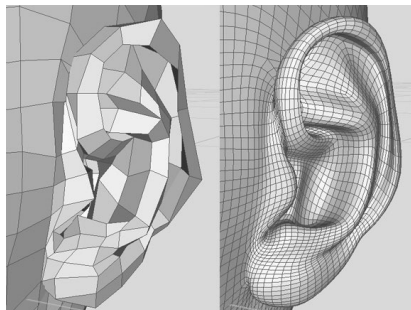


© Pixar, Geri's Game

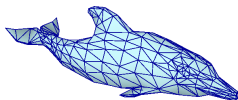
D. Zorin, P. Schroder. **Subdivision for Modeling and Animation.** *ACM SIGGRAPH Course Notes*. 1999.

# Surface de subdivisions : Conclusion

- + Structure quelconque.
- + Surface lisse.
- Contrôle de l'aspect.
- Sommets extraordinaires.



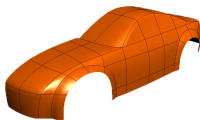




## Maillage

- + Simple
- + Générique
- + génération automatique
- Non derivabilité
- *Mauvaise* approximation
- Manipulation

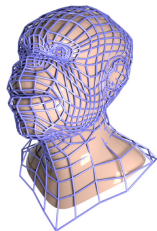
⇒ Graphique, Calcul.  
Maya, 3DStudio,  
Blender, . . .



## Paramétrique

- + Continuité
- + Informations de la paramétrisation
- Technique (modèle mathématique)
- Structure patches
- Génération manuelle nécessaire

⇒ CAD, (Graphique).  
Rhino, Catia, . . .



## Subdivision

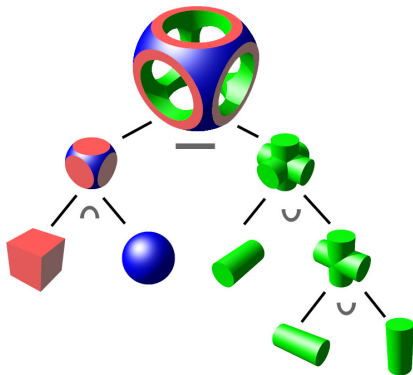
- + Apparence lisse
- +/- Pas de patches, sommets extraordinaires
- Pas/peu infos sur surface subdivisée

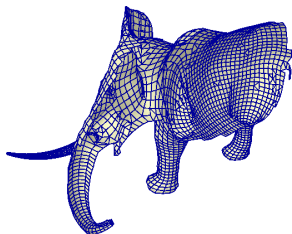
⇒ Graphique, (CAD).

## Explicite CSG

- CGS = Assemblage de primitives par opérations Booléennes.

- Solide : intérieur/extérieur.
- Modéliser une chaîne d'assemblage
  - ⇒ CAO : Solid Works, AutoCAD, Catia, (PovRay), ...

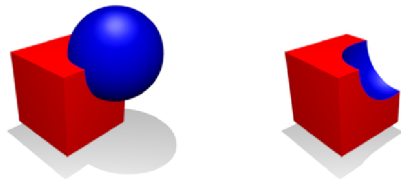




## Brep

- + Modéliser objets complexes
- Approximation
- Surface uniquement
- Dépendance à la discrétisation

⇒ Surfaces quelconques discrètes : Graphique, Calcul et CAO.



## CSG

- + Exacte
  - + Méthode constructive
  - Possibilitée limitées
  - Lourd pour objets complexes
  - Construction non unique
- ⇒ Objets *simples* exactes : CAO.

# Implicite

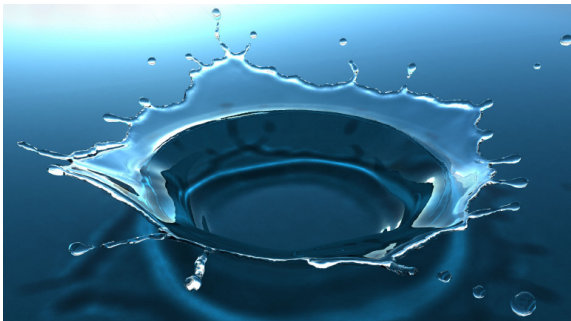
# Implicite

- Problème : Modification de topologie.
- ⇒ Représentation implicite.

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(x, y, z) = a\} = \phi^{-1}(a)$$

Rappel :

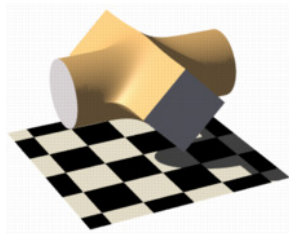
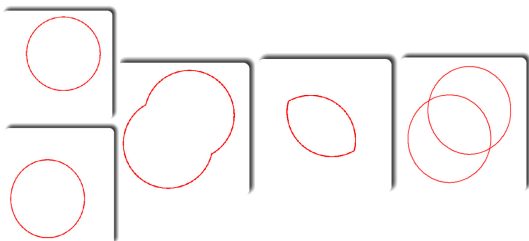
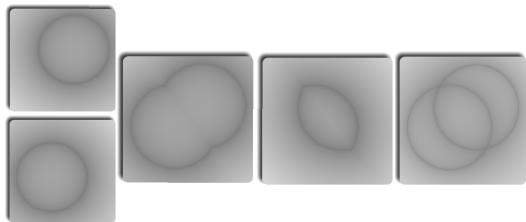
- Soit  $\mathbf{x}_0 = S(u, v)$ . Normale  $n(u_0, v_0) = \nabla\phi(\mathbf{x}_0)$ .



[Thuereu, Wojtan, Gross, Turk, SIGGRAPH 2010]

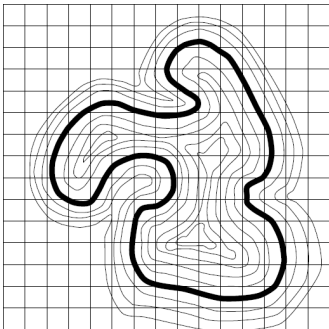
Ex. Fonction de distance :

- Opérateurs de mélange (blending).



Povray

Comment encode t'on le potentiel ?



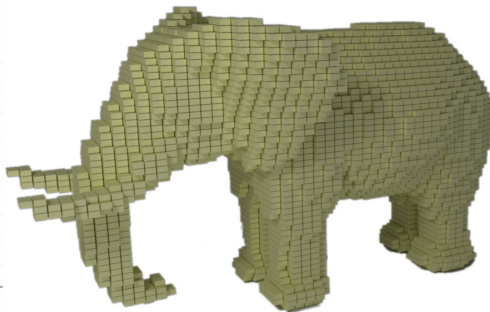
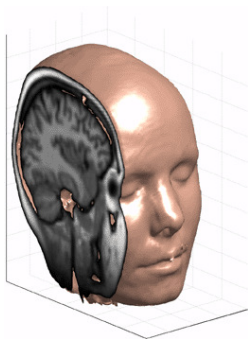
[Sethian]



# Implicite : Voxels

- On discrétise l'espace en voxels.
- On stocke dans une grille  $\phi(k_0, k_1, k_2)$ .
- Accès par interpolation (linéaire, spline, ...)
  - + Général
  - Mémoire (ex.  $1024^3$  voxels : 8Go)

Imagerie scanner 3D (médical, mécanique, ...)



## ■ Squelettes

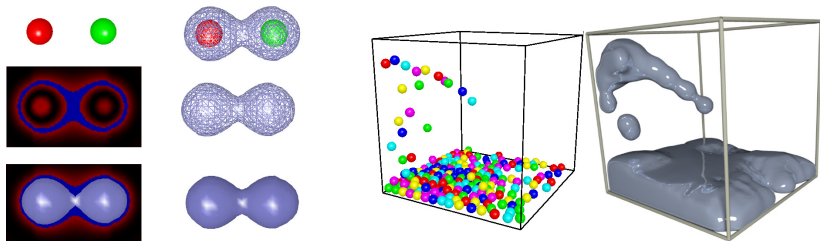
- Blobs  $\phi_i = e^{-a\|x-x_i\|^2}$
- Metaballs  $\phi_i = \sum_k a_k \|x - x_i\|^k$
- Convolution  $\phi_i = \int \omega(y) h(\|x - y\|) dy$

Contrôle directe, méthode manuelle

⇒ Graphique.



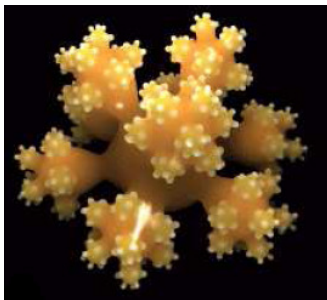
[Sherstyuk, 98-99]



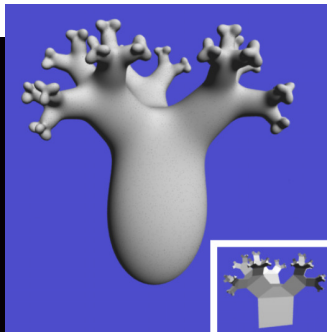
# Implicite : Paramétriques

- Analytique
  - Splines
  - RBF

Nécessite une minimisation, pas de contrôle direct  $\Rightarrow$  Médical.



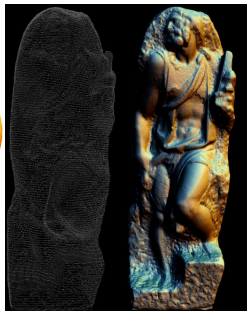
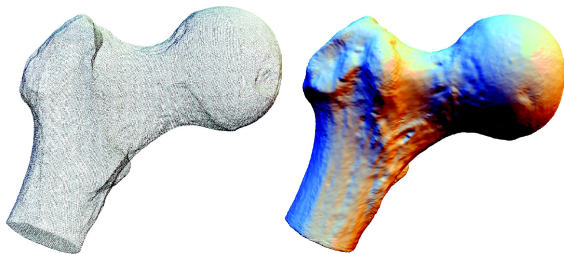
[Sherstyuk, 98]



[Turk, O'Brien, SIGGRAPH 02]

# Implicite : Point-sets

**Point-sets** = On ne traite en entrée que des positions discrètes de l'espace  $p_i$  (et des normales).  
⇒ Données scanners.



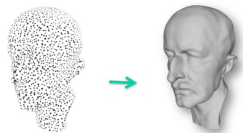
[Boubekeur]

# Implicite : Point-sets

Moving Least Squares (MLS) :

- But : Trouver  $f$  fonction lisse tel que

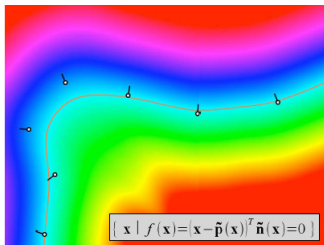
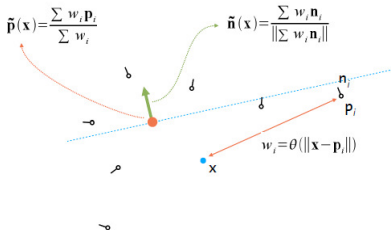
$$f = \operatorname{argmin} \left( \sum_i \psi(\|p_i - x\|) (f(p_i) - f(x))^2 \right)$$



- + Fonctions lisses approximantes
- Minimisation

[Gross]

Application : Données bruitées.

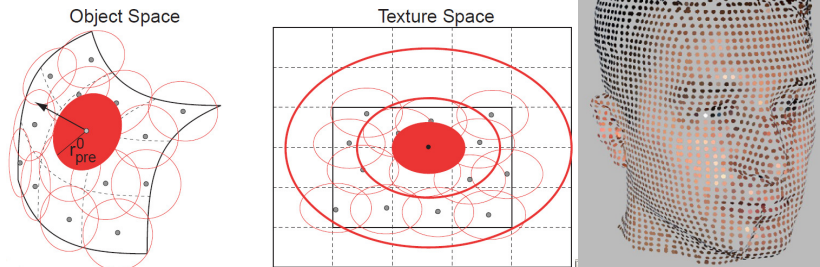


[Alexa]

## Surfels

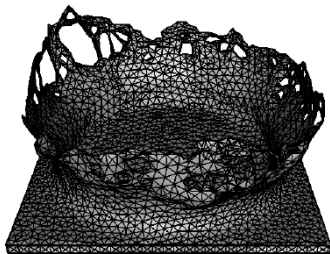
- But : Afficher une surface continue à partir de morceaux simples
- + Affichage rapide
- Pas de surface sous-jacente

Application : Grande masse de données.

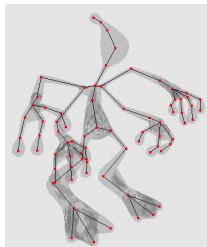


# Implicite vs Explicite

- + Topologie arbitraire
- + Mélange de formes
- Manipulation
- Cout en mémoire
- Rendu + cout en temps
- Détails



[Broshu, Batty, Bridson, SCA 09]

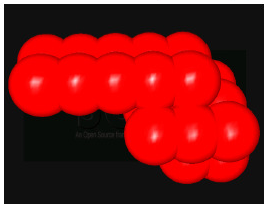
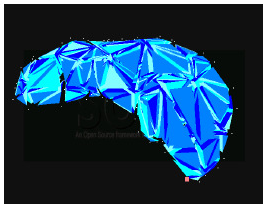
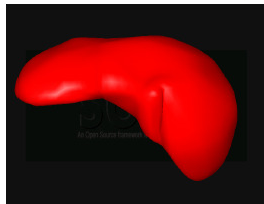
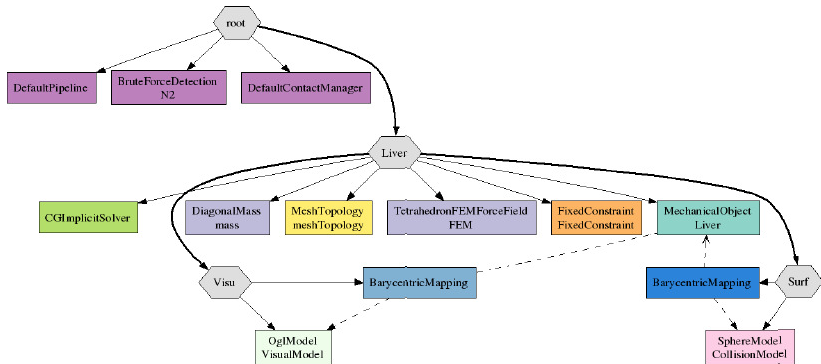


Hornus, Angelidis, Cani, Vis. Comp. 03



[Ohtake, Belyaev, Alexa, Turk, Seidel, SIGGRAPH 03]

# Interactions





## Fractales

- Principe : Déformations reccursives convergeant vers un objet complexe.
- Utilitée : Modélisation d'**objet complexes** à partir de **règles simples** et peu nombreuses.

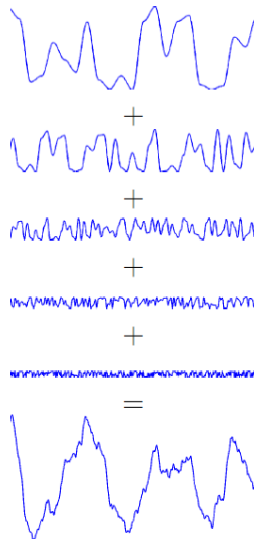
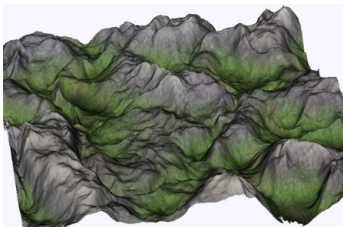
Application : Graphique (modélisation procédurale).



## ex. Bruit de Perlin.

$$f(x) = \sum_{k=0}^N \frac{f(a^k x)}{b_k}$$

- N : octaves
- a : fréquence
- 1/b : persistance

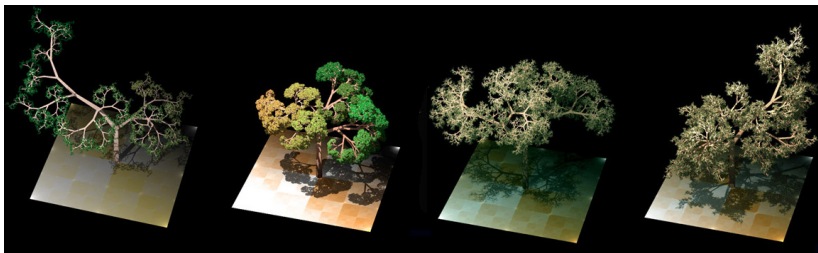
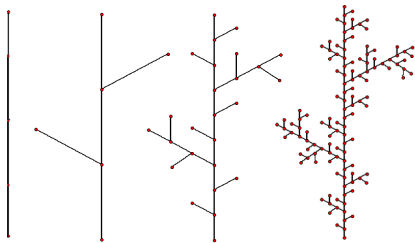


# Fractales

ex. L-System.

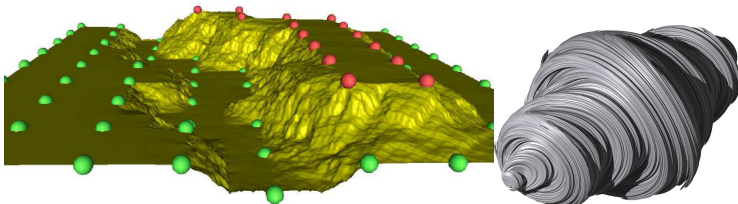
Grammaire :

$F[+F]F[-F]F, \theta = 60^\circ$

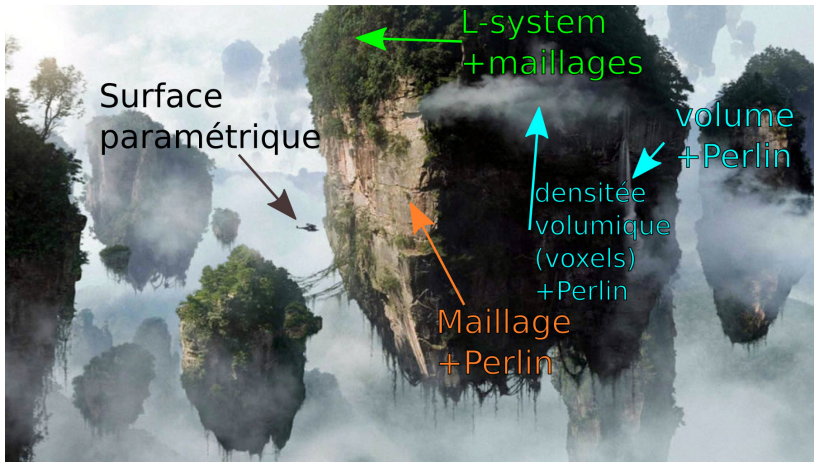


# Fractales : Conclusion

- + Objets complexes à partir de règles simples
- + Aspect naturel
- Contrôle



[Hnaidi, Guérin, Akkouche, Fractals 10]



© Avatar