5ETI Synthese d'images: Modélisation 3D

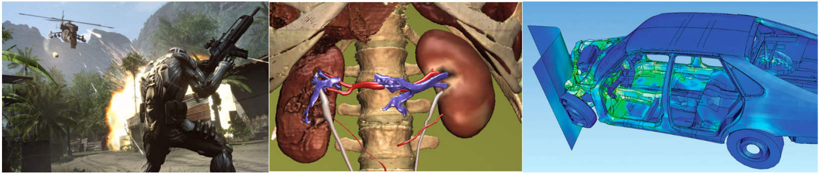
CPE Lyon
damien.rohmer@cpe.fr

2013

Synthèse d'images : Domaines d'applications

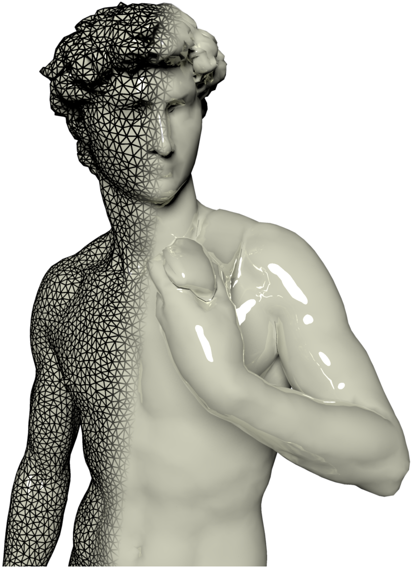
- Loisir, Graphique (Entertainment) : Cinéma, Jeux vidéos, Communication, ...
- Calcul : Engineering, médical, . . .
- CAO (CAD) : Conception, prototypage, . . .

Interactions entre les domaines !

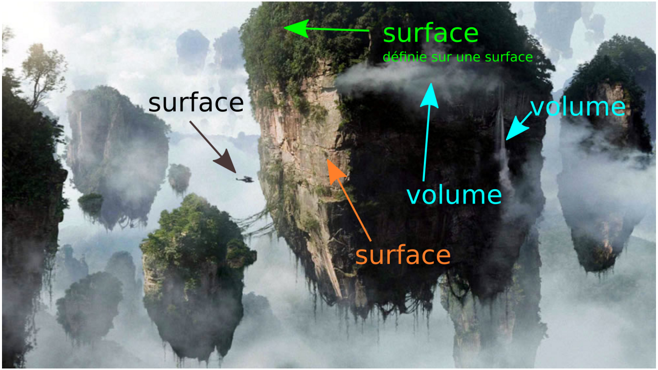


Modélisation : But du cours

- Comment modélise t'on un objet 3D, inventaire ?
- Quel modèle pour quelle application ?



- Comment modéliser un objet 3D ?
  1. Surface uniquement ou volume ?
  2. Comment l'encode t'on ?



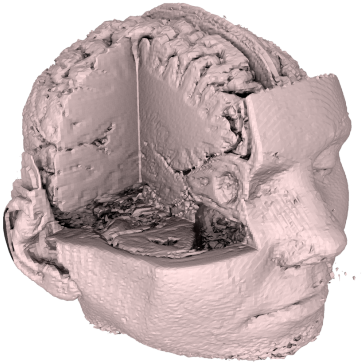
Les modèles virtuels 3D

Quels sont les objets virtuels ?

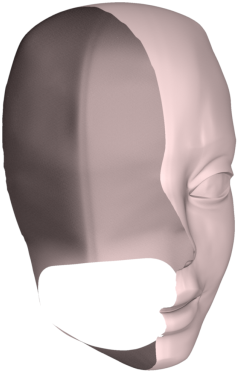
ⓒDay After Tomorrow, ⓒLord of the Rings, ⓒTitanic

Modélisation d'un objet $3D$

- Modélisation volumique



- Modélisation surfacique



Représentation de surfaces

- Explicite
  - BRep : Boundary Representation
    - Maillage
    - Paramétrique
    - Subdivision
  - CSG : Constructive Solide Geometry
- Implicite
  - Voxels
  - Paramétrique
    - Squelettes
    - Analytiques
  - Points-sets
    - MLS
    - Surfels
- Fractales

Explicite
BREP

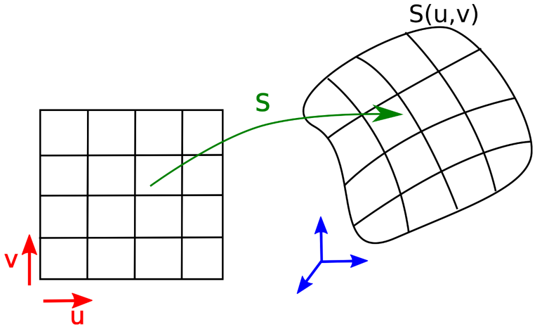
⇒ Maillage

- Paramétrique
- Subdivision

BRep

- Explicitement $\simeq$ paramétriquement :

$$S : \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \to \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S(u, v) = (S_x(u, v), S_y(u, v), S_z(u, v)) \end{cases}$$



- S=mapping $\neq$ Surface Γ=trace de S dans $\mathbb{R}^3$
- Brep $\simeq$ Estimation de S.

Maillage (triangulaire)

- Maillage triangulaire = BRep le plus simple.
- On ne connait pas S : On l'estime localement de manière discrète

$$S = \bigcup_i S_i$$

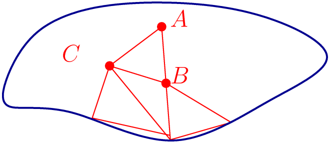
- Mapping le plus simple : Linéaire

$$S_i : \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S_i(u, v) = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{AC} \end{cases}$$

$$\mathcal{D} : 0 \leq u + v \leq 1$$

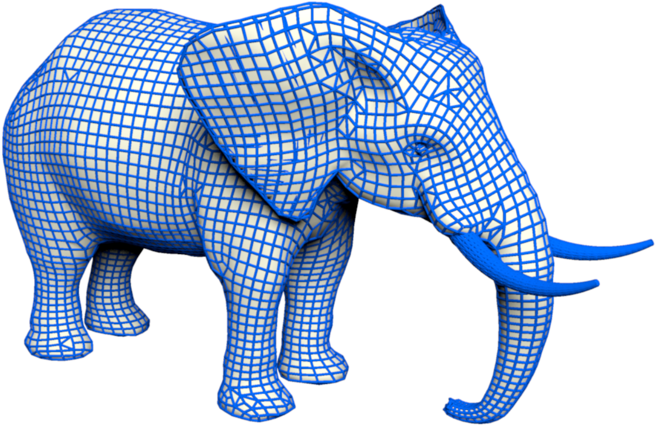
Propriétés :

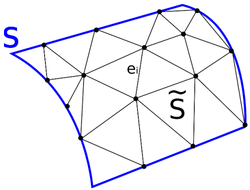
- S est globalement $\mathcal{C}^0$.
- S n'est jamais $\mathcal{C}^1$ (sauf plan).
- Peut interpoler n'importe quel ensemble discret de points.



Maillage

- Cas spéciale : Un maillage peut contenir des polygones de N sommets ($N \geq 3$).
- Véritable polygone : N sommets coplanaires. Sinon on triangule.





- S : Vraie surface différentiable.
- $\mathcal{T}_S$: Surface triangulée

$$\|S - \mathcal{T}_s\| = h|\kappa_{\text{max}}| \quad (\simeq h\|S''\|)$$

Approximation linéaire (ordre 1).

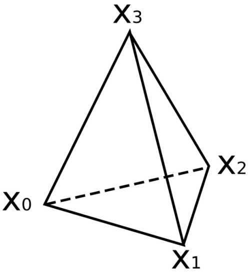
- $h = K \max_i e_i$.

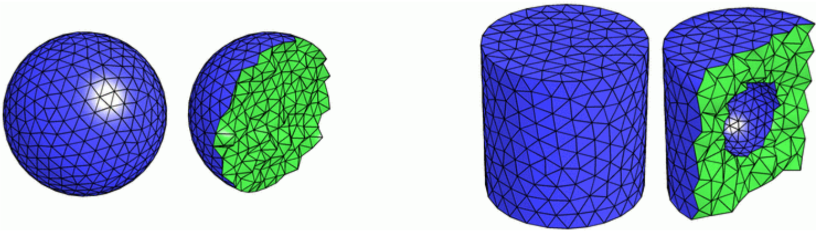
$$\Rightarrow \|S - \mathcal{T}_S\| = \mathcal{O}\left(\max_i e_i \; |\kappa_{\text{max}}|\right)$$

Maillage (Volume)

- Pour un volume :
  élément linéaire = tetraèdre

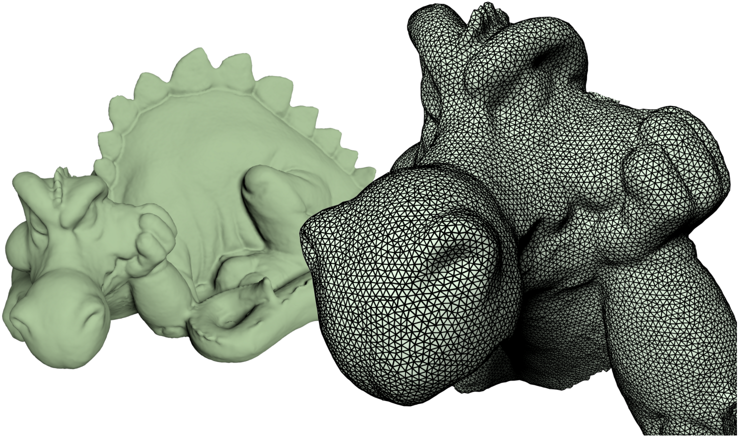
$$\mathbf{x} = u\mathbf{x}_0 + v\mathbf{x}_1 + w\mathbf{x}_2 + z\mathbf{x}_3$$
$$0 < u + v + w + z < 1$$





Maillage, conclusion

+ Le plus simple
+ Le plus polyvalent
+ Le plus répandu
+ Rendu
- La moins bonne approximation

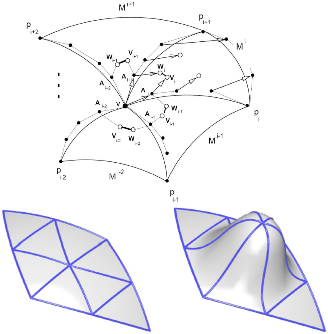


Explicite
BREP

- Maillage
- ⇒ Paramétrique
- Subdivision

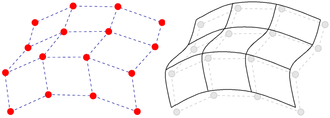
Paramétrique

- Paramétrique = Ordre > 1
- Idée 1
  - Information de dérivées (triangles courbes)
  - Problème : Information non disponible.
  - ⇒ Peu utilisé.



[Yvart, Hahmann 01-04]

- Idée 2
  - Ajouter des sommets (patchs non triangulaires)
  - Problème : Structure des patchs.
  - Cas classique : Patchs rectangulaires *uv*.
  - ⇒ Très utilisé.



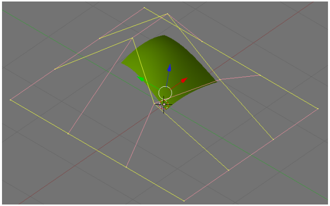
Paramétrique : Patch Splines

- Patch (4 x 4), fonctions bi-cubiques.

$\Rightarrow$ Surface paramétrique $\mathcal{C}^2$: Courbure continue.

$$S(u,v) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2} b_i(u) b_j(v) P_{ij}$$

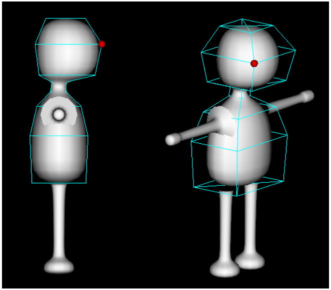
(surface produit tensoriel)



Cas particulier (vecteur de noeud uniforme)

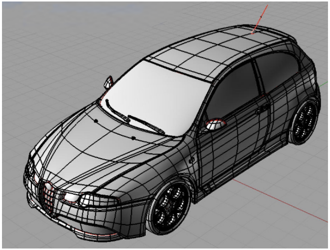
$$S(u,v) = (u^3 u^2 u \ 1)\, \mathrm{M}\, [P_{ij}]\, \mathrm{M}^T\, (v^3 v^2 v \ 1)^T$$

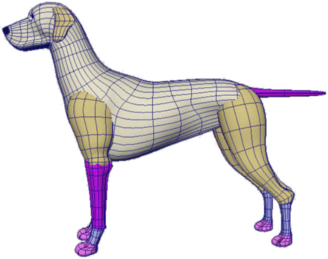
$$\mathrm{M} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Paramétrique, conclusion

+ Surface lisse (CAO).
- Structure par patchs
  - modélisation manuelle
  - technique
  - jonctions

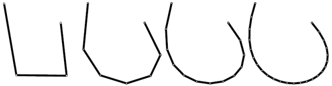




Surface de subdivisions

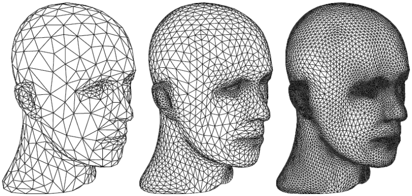
⇒ Réponse au problème :
  + Surface lisse
  + controle local
  + structure quelconque.

- Courbes de subdivisions (principe : mask 1D)



$$\begin{pmatrix} x_n^{2k} \\ x_n^{2k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1}^{k} \\ x_{n-1}^{k+1} \end{pmatrix}$$

- Généralisation pour des maillages (principe : mask 2D)



[Zorin, Schroeder, SIGGRAPH Course Notes 99]

Explicite
BREP

- Maillage
- Paramétrique

⇒ Subdivision

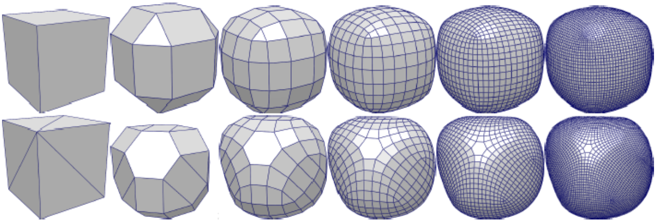
Surface de subdivisions

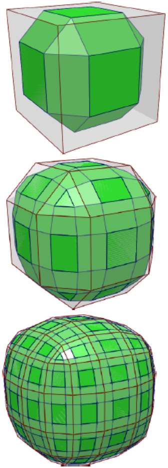
- étape 0 : Polygone de contrôle P^0.
- étape 1 : Subdivision $P^0 = P^1$.

  $\vdots$
- étape i : Subdivision $P^{i-1} = P^i$.

  $\vdots$

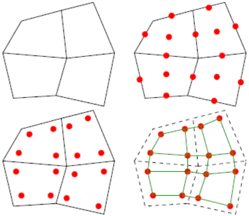
Surface finale $S = \lim_{i \to \infty} P^i$.
Il est possible d'avoir S $\mathcal{C}^2$ presque partout.

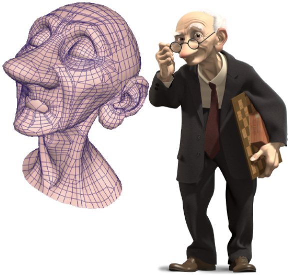




Surface de subdivisions

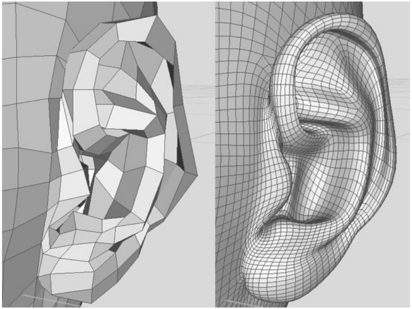
- Schémas de subdivisions :
  - **Loop** : triangles, $\mathcal{C}^2$ pp, approximation.
  - **Catmull Clark** : quads, $\mathcal{C}^2$ pp, approximation.
  - **Doo-Sabin** (corner cutting) : quads, $\mathcal{C}^2$ pp, approximation.
  - **Butterfly** : triangles, $\mathcal{C}^1$ pp, interpolation.
  - $\sqrt{3}$**-Kobbelt** : triangles, $\mathcal{C}^2$ pp, approximation.



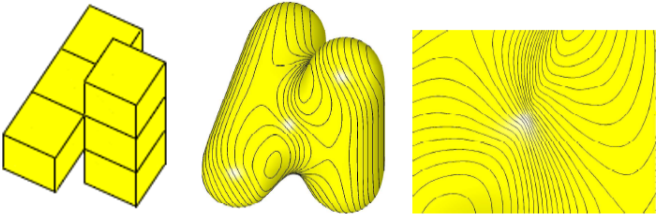


D. Zorin, P. Schroder. **Subdivision for Modeling and Animation**. *ACM SIGGRAPH Course Notes*. 1999.

Surface de subdivisions : Conclusion

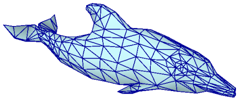


- \+ Structure quelconque.
- \+ Surface lisse.
- \- Controle de l'aspect.
- \- Sommets extraordinaires.



[Levin, SIGGRAPH 06]

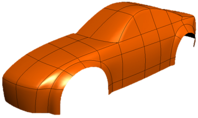
Brep : Comparaison



Maillage

+ Simple
+ Générique
+ génération automatique
- Non derivabilitée
- *Mauvaise* approximation
- Manipulation

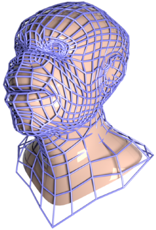
⇒ Graphique, Calcul. Maya, 3DStudio, Blender, ...



Paramétrique

+ Continuité
+ Informations de la paramétrisation
- Technique (modèle mathématique)
- Structure patchs
- Génération manuelle nécessaire

⇒ CAD, (Graphique). Rhino, Catia, . . .



Subdivision

+ Apparence lisse

+/- Pas de patchs, sommets extraordinaires

- Pas/peu infos sur surface subdivisée

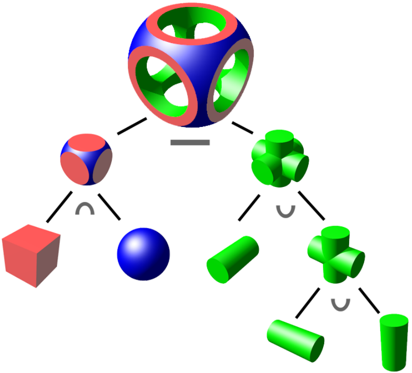
⇒ Graphique, (CAD).

Explicite
CSG

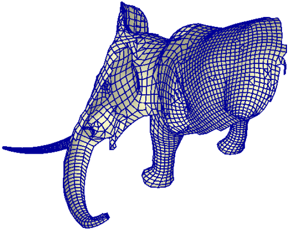
CSG : Constructive Solid Geometry

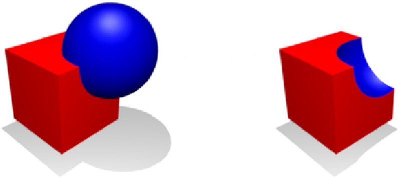
- CGS = Assemblage de primitives par opérations Booléennes.

- Solide : intérieur/extérieur.
- Modéliser une chaine d'assemblage
  - ⇒ CAO : Solid Works, AutoCAD, Catia, (PovRay), . . .



Brep vs CSG





Brep

- \+ Modéliser objets complexes
- \- Approximation
- \- Surface uniquement
- \- Dependance à la discretisation

⇒ Surfaces quelconques discrètes : Graphique, Calcul et CAO.

CSG

- \+ Exacte
- \+ Méthode constructive
- \- Possibilitée limitées
- \- Lourd pour objets complexes
- \- Construction non unique

⇒ Objets *simples* exactes : CAO.

Implicite

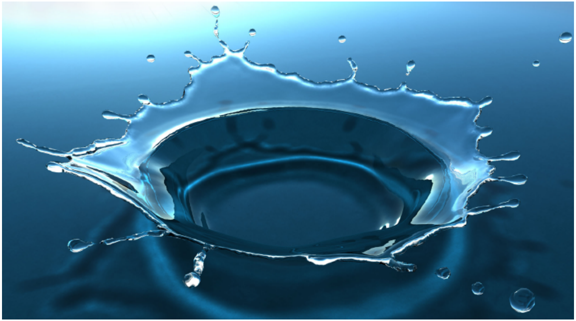
- Problème : Modification de topologie.

$\Rightarrow$ Représentation implicite.

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | \phi(x, y, z) = a\} = \phi^{-1}(a)$$

Rappel :

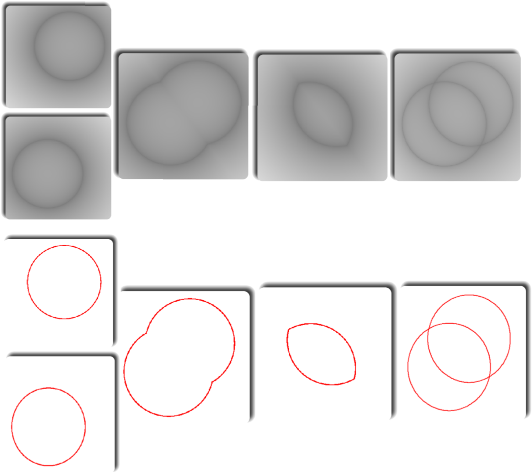
- Soit $\mathbf{x}_0 = S(u, v)$. Normale $n(u_0, v_0) = \nabla\phi(\mathbf{x}_0)$.

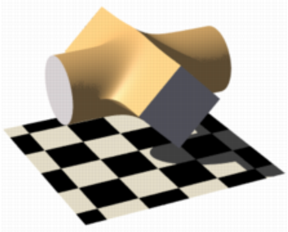


[Thuereu, Wojtan, Gross, Turk, SIGGRAPH 2010]

Ex. Fonction de distance :

- Opérateurs de mélange (blending).

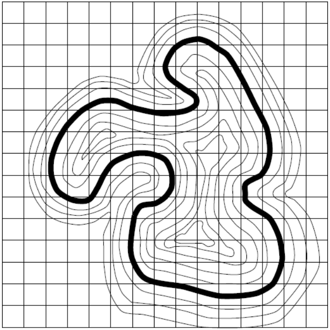




Povray

Implicite

Comment encode t'on le potentiel ?

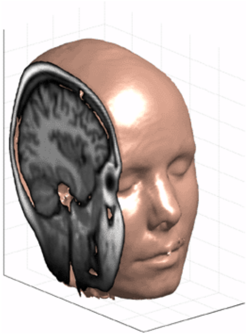


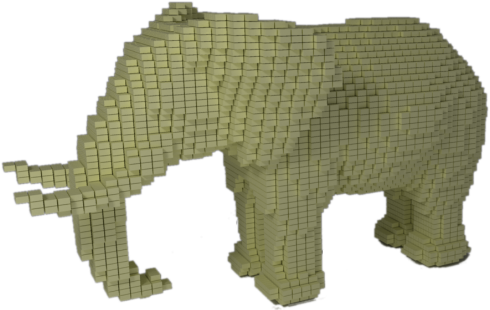
[Sethian]

Implicite : Voxels

- On discrétise l'espace en voxels.
- On stocke dans une grille $\phi(k_0, k_1, k_2)$.
- Accès par interpolation (linéaire, spline, ...)
  - \+ Général
  - \- Mémoire (ex. 1024^3 voxels : $8Go$)

Imagerie scanner 3D (médical, mécanique, . . .)



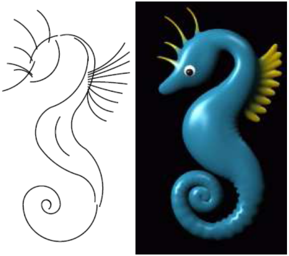


©Matlab

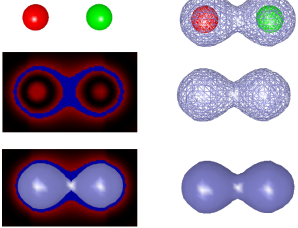
Implicite : Paramétrique

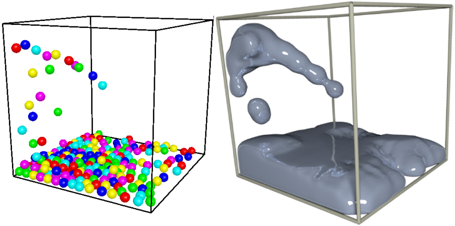
- Squelettes
  - Blobs $\phi_i = e^{-a\|x - x_i\|^2}$
  - Metaballs $\phi_i = \sum_k a_k \|x - x_i\|^k$
  - Convolution $\phi_i = \int \omega(y)\, h(\|x - y\|) \mathrm{d}y$

Controle directe, méthode manuelle
$\Rightarrow$ Graphique.



[Sherstyuk, 98-99]

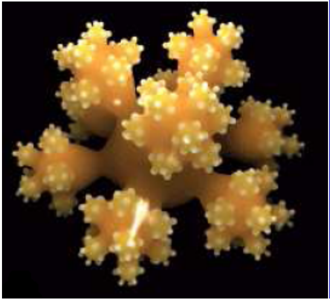


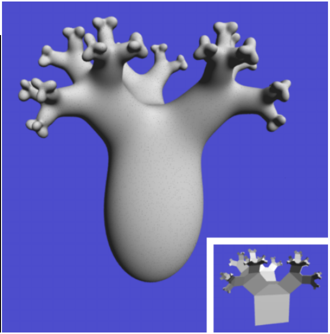


Implicite : Paramétriques

- Analytique
  - Splines
  - RBF

Nécessite une minimisation, pas de controle direct $\Rightarrow$ Médical.



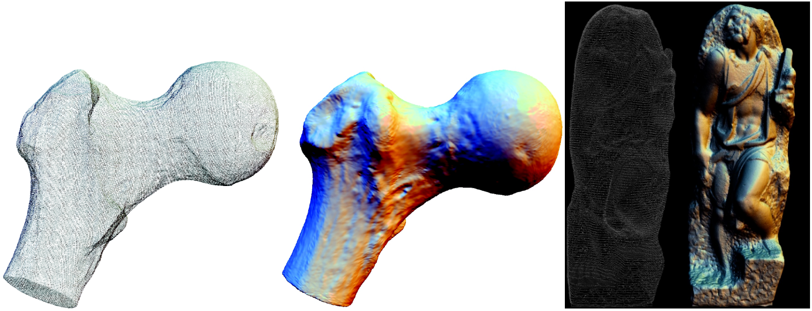


[Sherstyuk, 98]

[Turk, O'Brien, SIGGRAPH 02]

Implicite : Point-sets

Point-sets = On ne traite en entrée que des positions discrètes de l'espace p_i (et des normales).
$\Rightarrow$ Données scanners.



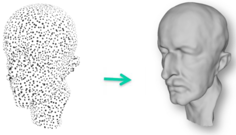
[Boubekeur]

Implicite : Point-sets

Moving Least Squares (MLS) :

- But : Trouver *f* fonction lisse tel que

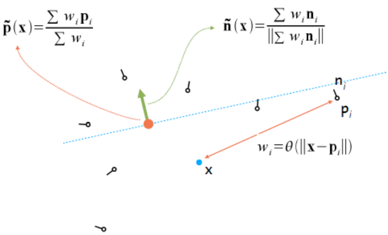
$$f = \operatorname{argmin} \left(\sum_i \psi(\|p_i - x\|) \, \left(f(p_i) - f(x)\right)^2 \right)$$

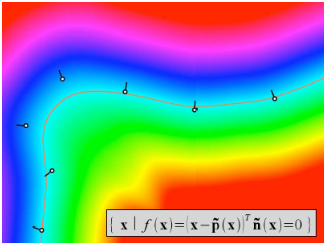


+ Fonctions lisses approximantes
- Minimisation

[Gross]

Application : Données bruitées.





[Alexa]

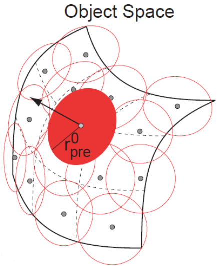
Implicite : Point-sets

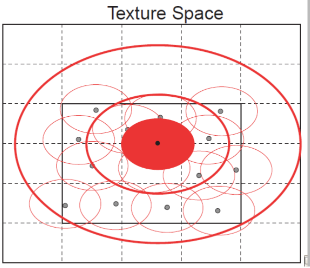
Surfels

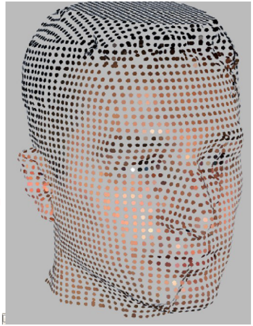
- But : Afficher une surface continue à partir de morceaux simples

+ Affichage rapide
- Pas de surface sous-jacente

Application : Grande masse de données.





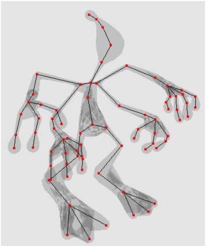


[Pfister, Zwicker, van Baar, Gross, SIGGRAPH 00]

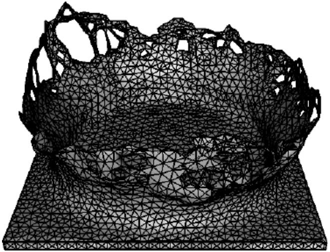
[Zwicker]

Implicite vs Explicite

+ Topologie arbitraire
+ Mélange de formes
- Manipulation
- Cout en mémoire
- Rendu + cout en temps
- Détails



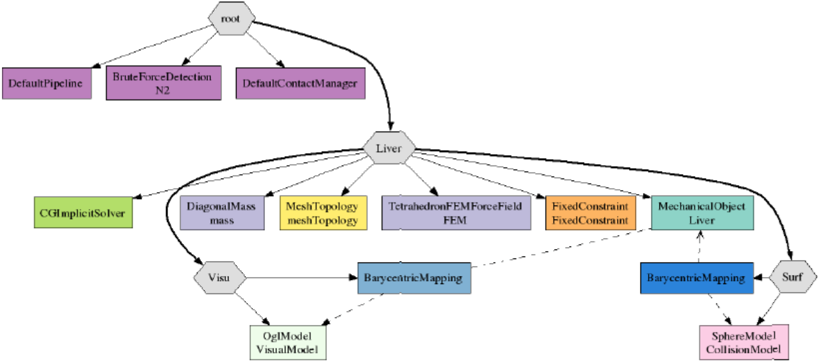
Hornus, Angelidis, Cani, Vis. Comp. 03

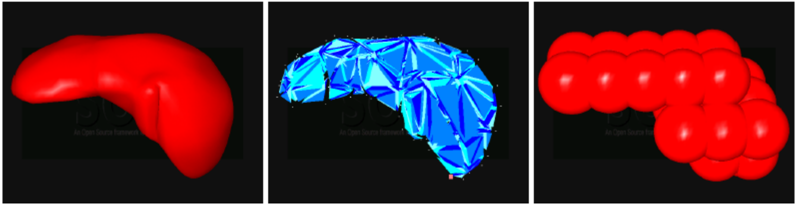


[Broshu, Batty, Bridson, SCA 09]

[Ohtake, Belyaev, Alexa, Turk, Seidel, SIGGRAPH 03]

Interactions





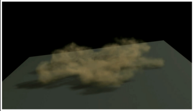
SOFA, INRIA

Fractales

Fractales

- Principe : Déformations reccursives convergeant vers un objet complexe.
- Utilitée : Modélisation d'**objet complexes** à partir de **règles simples** et peu nombreuses.

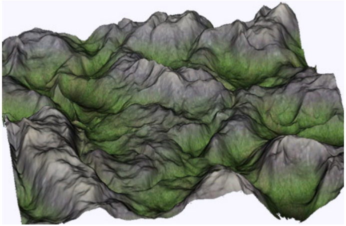
Application : Graphique (modélisation procédurale).

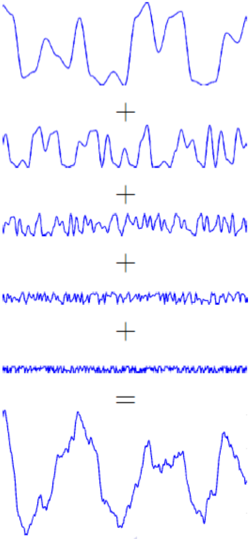
    

ex. Bruit de Perlin.

$$f(x) = \sum_{k=0}^{N} \frac{f(a^k x)}{b_k}$$

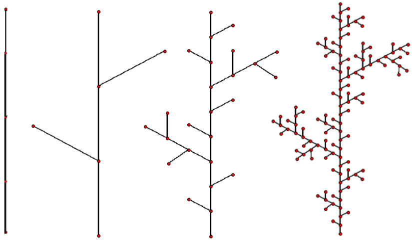
- N : octaves
- a : frequence
- 1/b : persitence

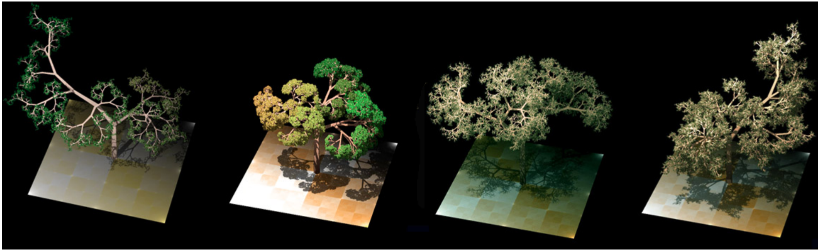




ex. L-System.

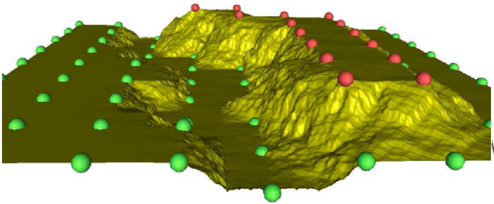
Grammaire :
$F[+F]F[-F]F$, $\theta = 60^\circ$

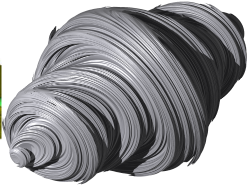




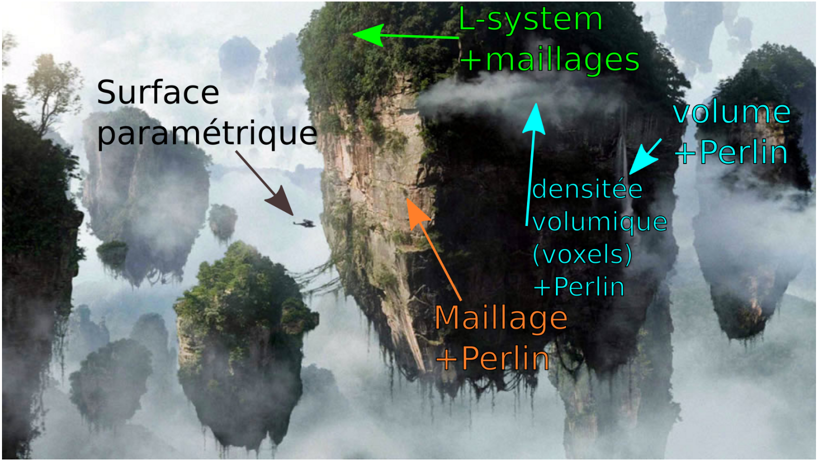
Fractales : Conclusion

- + Objets complexes à partir de règles simples
- + Aspect naturel
- - Contrôle





[Hnaidi, Guérin, Akkouche, Fractals 10]


L-system
+maillages
Surface
paramétrique
volume
+Perlin
densitée
volumique
(voxels)
+Perlin
Maillage
+Perlin