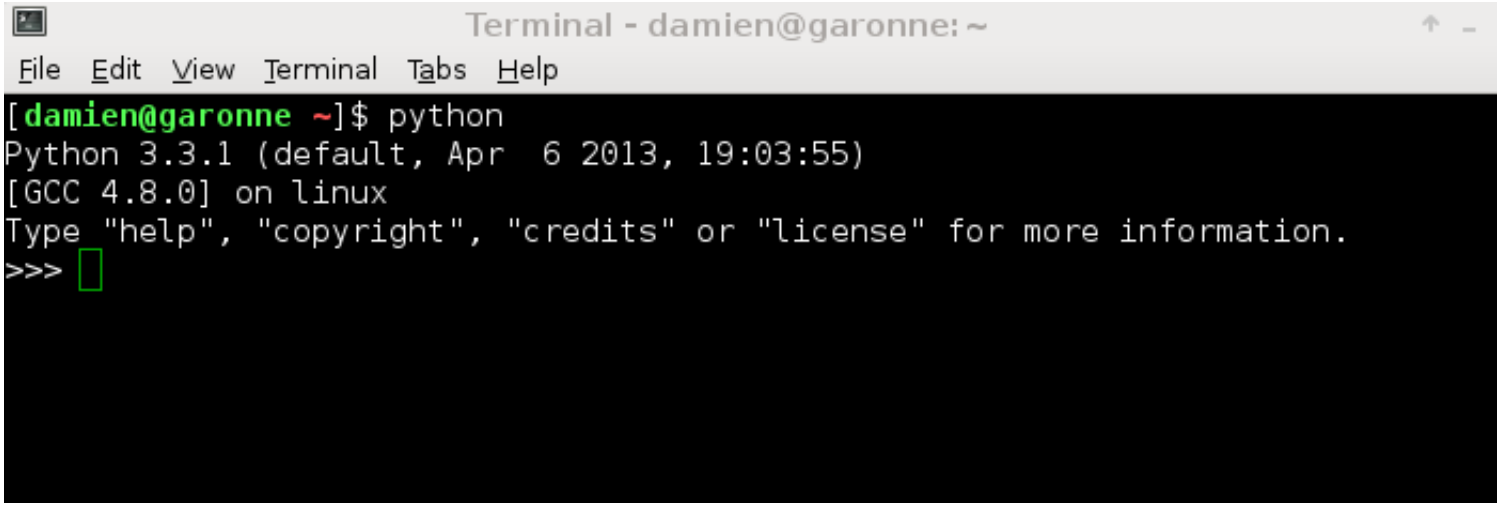
Introduction à la programmation

Python

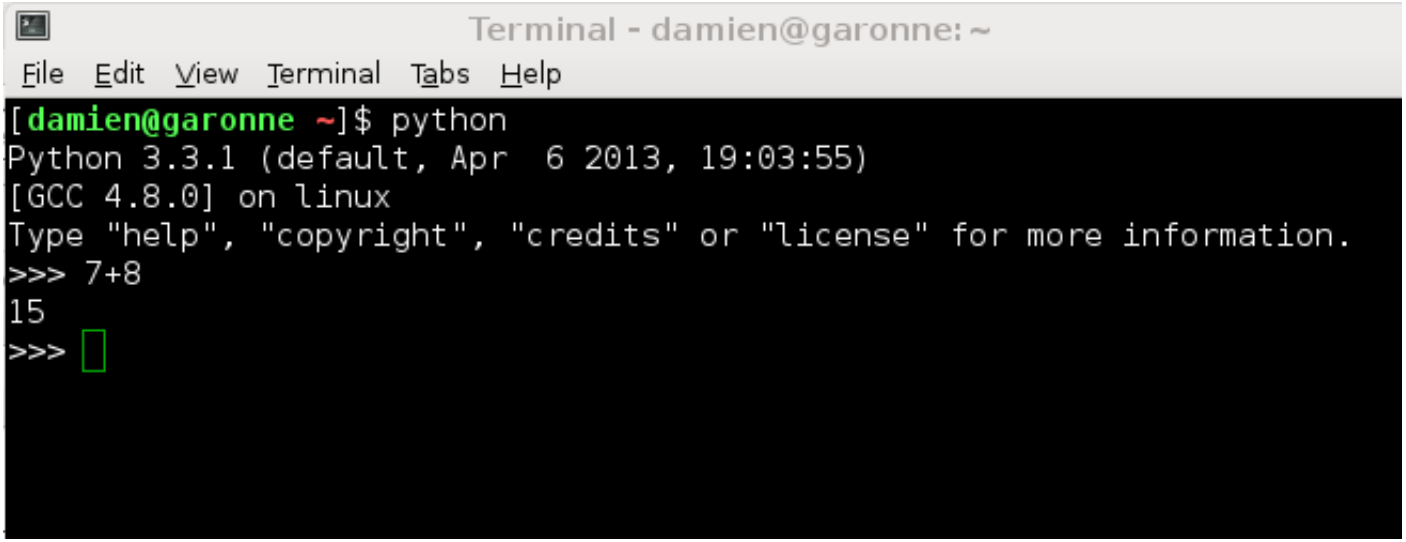
2013

Damien Rohmer

Premier "programme"



Premier "programme"



Commandes

Notion de variables:

```
a=7
b=2
a+8+b*b

> 17
```

a est une **variable** (qui vaut 7)
b est une **variable** (qui vaut 2)

Commandes

Notion de variables:

```
a=4
b=a+1
b=b+2

print(b)
```

```
> 7
```

Commandes

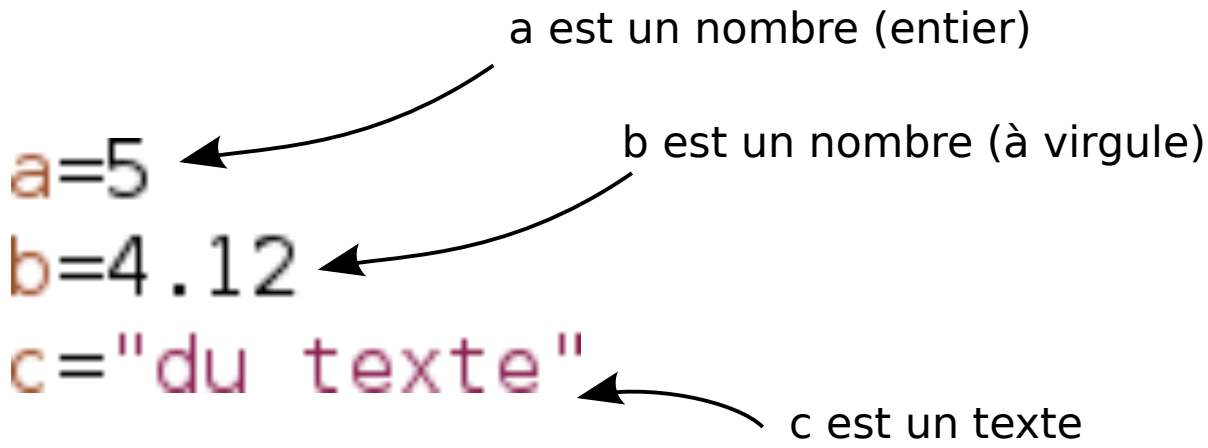
Affichage à l'écran:

```
print("le resultat de 2+2 vaut",2+2)
```

> le resultat de 2+2 vaut 4

Commandes

Types de variables:



a+b OK

a+c

unsupported operand type(s) for +: 'int' and 'str'

Commandes

Types de variables:

```
a=7
b=2
c=-b/a;
print("la solution de l'equation ",a,"x + ",b,"=0 vaut",c)
```

Commandes

Variable nombre/texte:

```
mon_texte_1="4+7"
mon_texte_2="2+2"
valeur_1=4+7
valeur_2=2+2

mon_texte_3=mon_texte_1+mon_texte_2
valeur_3=valeur_1+valeur_2

print(mon_texte_3)
print(valeur_3)
```

ceci est du texte

ceci est un nombre

```
> 4+72+2
> 15
```

Commandes

Variable nombre/texte:

transforme un nombre en texte
(str=string)

```
variable_nombre=4+8
variable_texte=str(variable_nombre);

variable_texte=variable_texte+"78"

print(variable_texte)
```

> 1278

L'aide

Pour obtenir de l'aide sur une fonction:

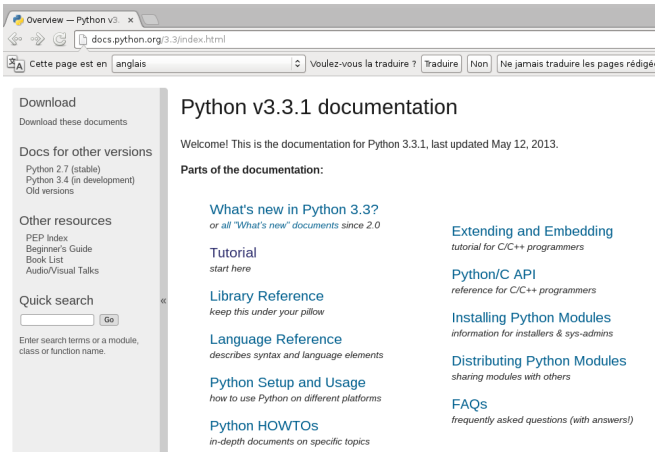
help(*nom_fonction***)**

ex. help(pow)

Site web:

http://docs.python.org/2/index.html

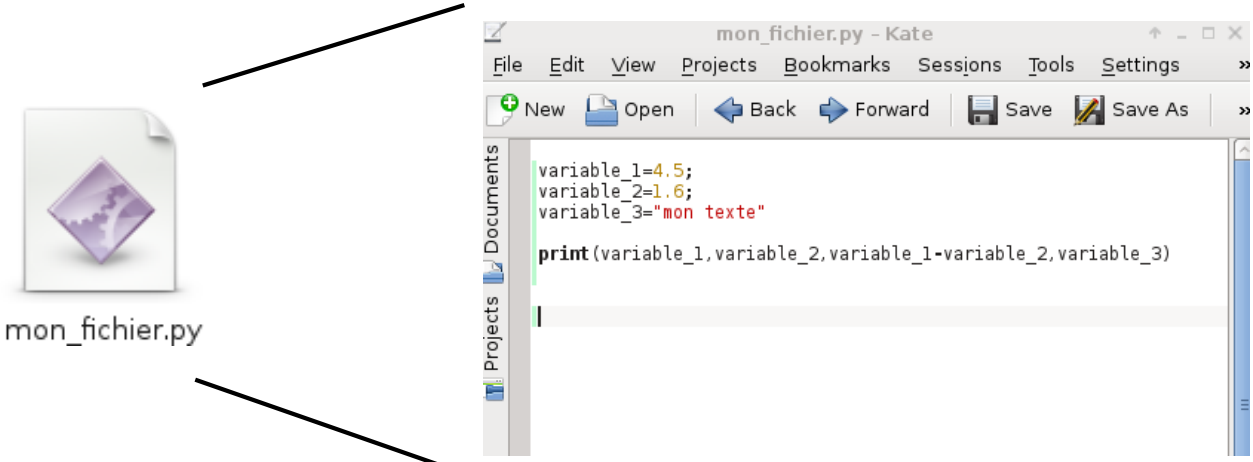
http://docs.python.org/3/index.html



Ecriture dans un fichier

Ecrire ligne à ligne est fastidieux ...

On écrit d'abord dans un fichier texte



(.py = fichier texte lisible par Python)

On lance Python sur le fichier

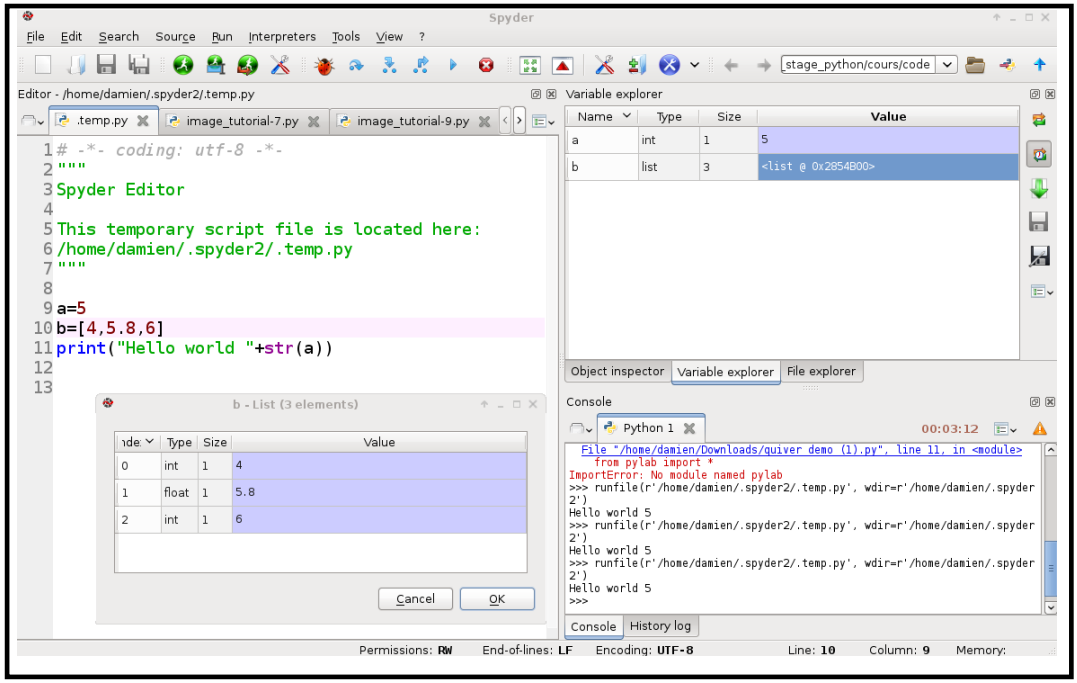
```
[damien@damien_pc ~/work/2012_2013_teaching
ython/cours/code]$ python mon_fichier.py
4.5 1.6 2.9 mon texte
```

Editeur Python

Editeur de texte (attention à l'indentation)

- Linux: Kate
- Window: par defaut, pyscripter

Editeur type Matlab: **Spyder**



Python: le langage

Création en 1990 (C ~ 1973)

Scripts, manipulation texte, pas de scientifique

Module Numpy en 2005

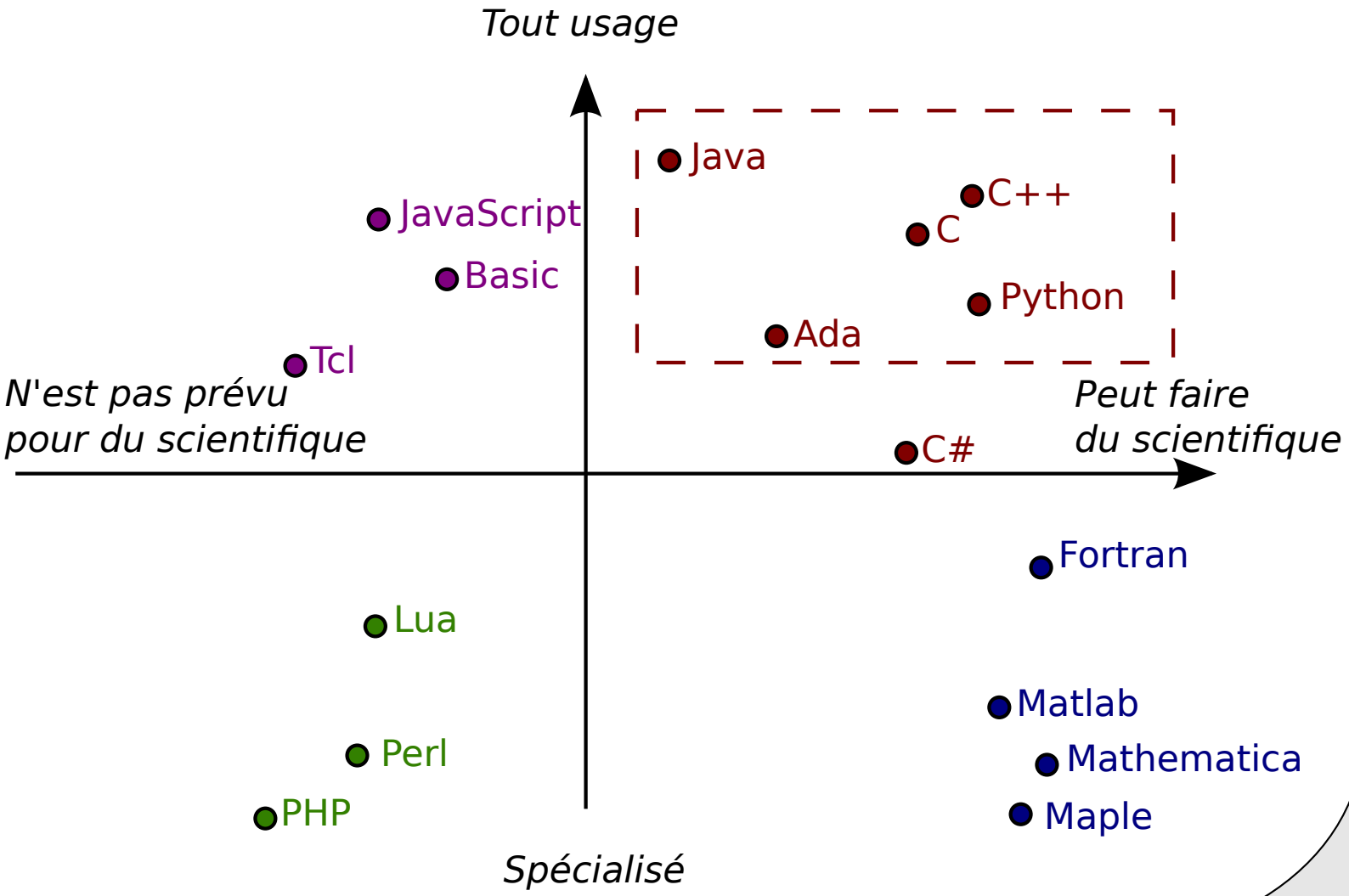
Developpement du calcul scientifique

Python 2.0 en 2000
Python 3.0 en 2009

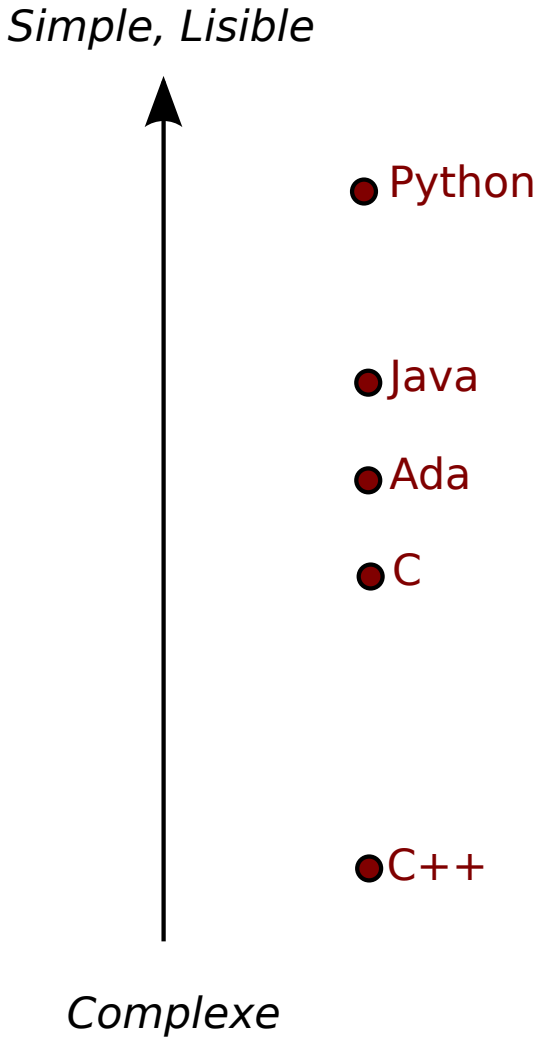
Python devient un acteur majeur du monde du calcul scientifique

- beaucoup de modules (scientifique, visualisation, etc)
- lisible
- simple à écrire
- language haut niveau
- potentiellement optimisable

Python: positionnement



Python: positionnement



Plan

1: Bases du language

2: Librairie mathématique et affichage graphique

3: Entrées/sorties, utilisation de fichiers

Plan

1: Bases du language

- Conditions: if/else
- Listes
- Creation de listes, iterations "for"
- Fonctions
  - *Manipulation de fonctions réelles*
  - *Calcul intégral*
- Boucles for
- Boucles while
  - *Recherche de zéros par dichotomie*

2: Librairie mathématique et affichage graphique

3: Entrées/sorties, utilisation de fichiers

Plan

1: Bases du language

2: Librairie mathématique et affichage graphique

- Numpy: array
  - *Calculs géométriques*
- Matplotlib: affichage de courbes
  - *Dérivée discrète et équations différentielles*
  - *Pendule oscillant*
- Matrices
  - *Résolution système linéaires*
- Diagonalisation
  - *Racines de polynomes*
- Affichage de matrices et d'images
  - *Affichage de fonctions 2D*
  - *Fractales*
- Champ de vecteurs
  - *Mécanique des fluides*

3: Entrées/sorties, utilisation de fichiers

Plan

1: Bases du language

2: Librairie mathématique et affichage graphique

3: Entrées/sorties, utilisation de fichiers

- Chaine de caractères
- Lecture et écriture de fichiers
  - *Visualisation de données scientifiques*
  - *Formattage de fichiers de notes*
- Communication avec programmes externes

Conditions: si, sinon

Condition *if*

"si"

```
a=5
b=5

if a*b > 22:
  print("j'affiche ce message")
```

(si a fois b est plus grand que 22)

```
a,b=8,9
c=0
if a+b-b*b<=3:
  c=c+3*a

if c/10>c*c:
  print("j'affiche ce message")
```

Condition *if*

"si"

```
a=5
b=5

if a*b > 22:
    print("j'affiche ce message")
```

: début d'un bloc de traitement

espace => bloc d'instructions

Condition *if*

"si"

```
x=12.2

if x>=0 and x<5:
  print("intervalle [0,5[")

if x>2 or x<0:
  print("intervalle [-inf,0[ U ]2;+inf[")
```

Condition *if / else*

"si / sinon"

```
a=5
b=4

if a*b > 22:
  print("j'affiche ce message")
else:
  print("ceci est un autre message")
```

si *a fois b est supérieur à 22*
alors "j'affiche ce message"
sinon
j'affiche "ceci est un autre message"

Condition *if / else*

"si / sinon"

Cas particulier du test d'égalité

```
a=5
if(a==6):
  print("a vaut 6")
else
  print("a ne vaut pas 6")
```

symbole ==
test d'égalité

si *a est égale à 6*
alors affiche "a vaut 6"
sinon
affiche "a ne vaut pas 6"

Math	Code	
$a := b$	a=b	affectation
$a = b$	a==b	test d'égalité *(vaut vrai ou faux)*

Condition *if / else*

"si / sinon"

Conditions if/elif/else

elif = else, if (/ sinon, si ...)

```
if x>=0 and x<2:
  print("intervalle [0,2[")
elif x<4:
  print("intervalle ]-inf,0[ U [2,4[")
elif x<=5:
  print("intervalle ]-inf,0[ U [4,5]")
else:
  print("intervalle ]5,+inf[")
```

Condition *if* imbriqués

Quelle courbe dessine y si x varie ?

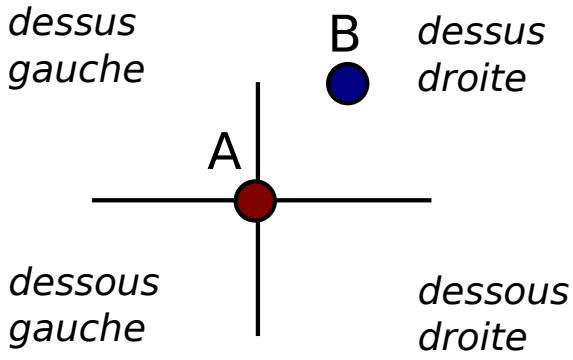
```
if x>=0:
   if x<1:
      y=x*x
   else:
      y=x
else:
   if x<-1:
      y=-x*x
   else:
      y=-x-2
```

Condition *if* imbriqués

Application:

Soit 2 points A=(x1,y1) et B=(x2,y2)

Indiquer si A est au | dessus/dessous de B
gauche/droite

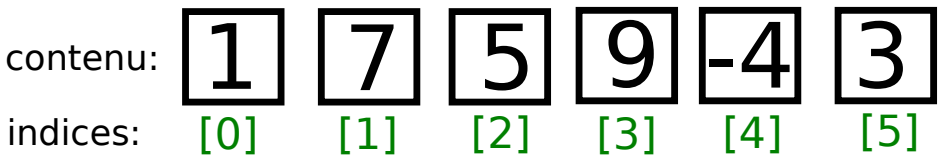


Les listes d'éléments

Ensemble éléments: Listes

crochets [...] indiquent une liste

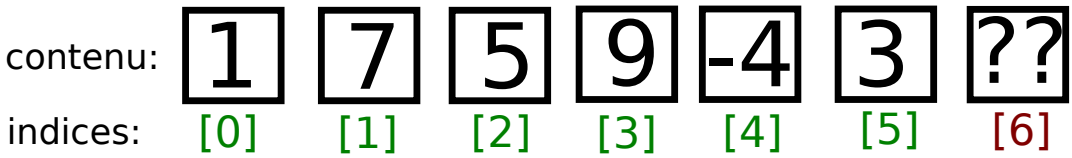
```
vecteur=[1,7,5,9,-4,3]

print(vecteur[0])
print(vecteur[1])
print(vecteur[2])

print(vecteur[0]+vecteur[4])

vecteur[2]=vecteur[4]*vecteur[5]
print(vecteur)
```



Ensemble éléments: Listes

```
vecteur=[1,7,5,9,-4,3]

print(vecteur[6])
```

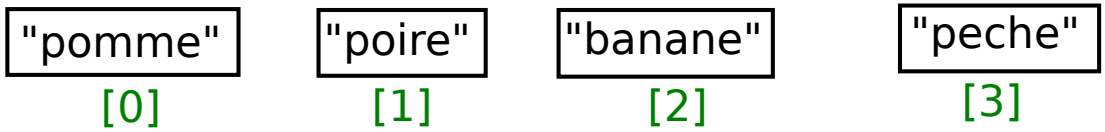
IndexError: list index out of range



Ensemble éléments: Listes

Une liste peut contenir des mots

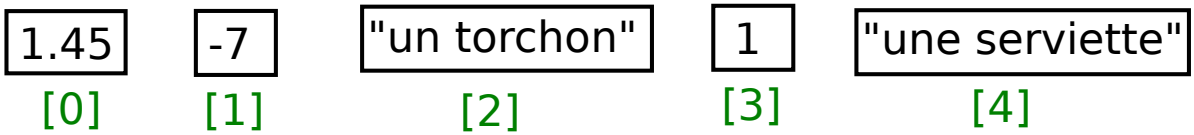
```
vecteur=["pomme","poire","banane","peche"]

vecteur[0]=vecteur[1]+" "+vecteur[2]
print(vecteur)
```



Ensemble éléments: Listes

Une liste peut contenir différents types

```
vecteur_mixte=[1.45,-7,"un torchon",1,"une serviette"]

print(vecteur_mixte[0])
print(vecteur_mixte[2])
print(vecteur_mixte)
```



Ensemble éléments: Listes

Ajouter des éléments dans une liste

```
vec=[4,5,6]
print(vec)
vec.append(7);
vec.append(8);
print(vec)
```

Ensemble éléments: Listes

Supprimer des éléments dans une liste

```
vec=[4,-1,5,7,12]
print(vec)
del(vec[0])
print(vec)
del(vec[2])
print(vec)
```

Ensemble éléments: Listes

Créer une "liste" particulière

```
a=range(4,9)
b=range(8,-2,-3)
print(a[0],a[1],a[2],a[3],a[4])
print(b[0],b[1],b[2],b[3])
```

a | 4 5 6 7 8 |

b | 8 5 2 -1 |

range(debut,fin,*[increment]*)

stop 1 élément avant fin

Ensemble éléments: Listes

Nombre d'éléments d'une liste

```
vec1=[1,4,8,9]
vec2=["canard",7.45,"poireaux"]

longueur_1=len(vec1)
print(longueur_1)

print(len(vec2))
```

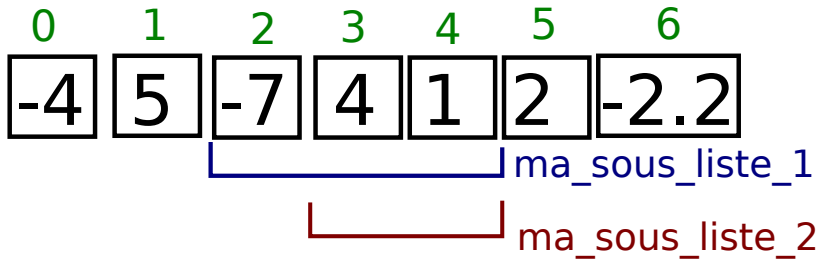
Ensemble éléments: Listes

Indexation inverse

```
vec=[1,-4,7,2,6,8,3]

print(vec[-1])
print(vec[-2])
```

Sous partie d'une liste

```
ma_liste=[-4,5,-7,4,1,2,-2.2]
ma_sous_liste_1=ma_liste[2:5]
ma_sous_liste_2=ma_liste[3:-2]

print(ma_sous_liste_1)
print(ma_sous_liste_2)
```



Trier une liste

```
ma_liste=[4,1,-7,9,5,12,-3]
ma_liste_triee=sorted(ma_liste)

print(ma_liste_triee)
```

```
ma_liste=["velo","cheval","nenuphar","pilote"]
ma_liste_triee=sorted(ma_liste)

print(ma_liste_triee)
```

```
ma_liste=[4,"cheval",7.8]
sorted(ma_liste)
```

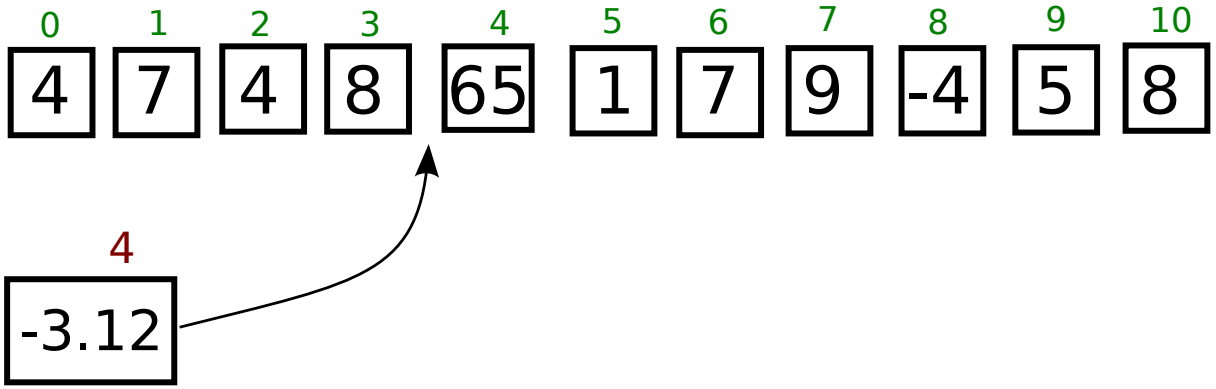
unorderable types str()<int()

Compter nombre d'occurences

```
ma_liste=[7,8,4,-1,4,8,-2,-1,1]
nombre_de_huit=ma_liste.count(8)

print(nombre_de_huit)
```

Insérer un élément dans une liste

```
ma_liste=[4,7,4,8,65,1,7,9,-4,5,8]
ma_liste.insert(4,-3.12)
```



Supprimer une valeur

```
ma_liste=[4,7,4,8,65,1,7,9,-4,5,8]
ma_liste.remove(8)
```

Ne supprime qu'une valeur (la première trouvée)

Différent de: **del(***ma_liste[k]***)**

supprime le kème élément (indice)

Liste de listes

```
triangle=[[0,0,0],[1,-0.1,1.1],[0,1,0.5]]

print(triangle[0])
print(triangle[1])
print(triangle[2])
print(triangle[1][2])
```

Application sur les listes

Soit `ma_liste=[1,2,3,4,5,6,7,8,9]`

Supprimer le deuxième élément de la liste

Afficher le troisième élément de la nouvelle liste

Insérer un 2 en quatrième position de la nouvelle liste

Soustraire 3 à l'avant dernier élément

Afficher la nouvelle liste

Trier la nouvelle liste puis l'afficher

Ensemble éléments: Listes

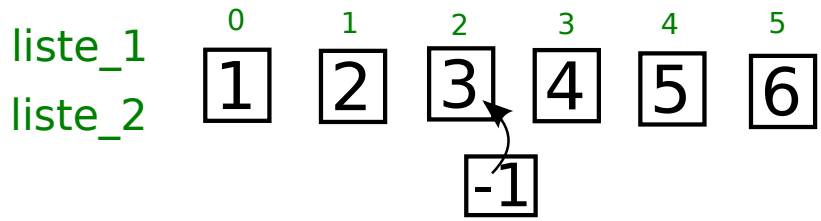
Exercice:

Combien y a t'il de nombres entre -525 et 640 (inclus)
en comptant de 5 en 5 ?

Egalité de liste

L'affectation de liste référence la même entité

```
liste_1=[1,2,3,4,5,6]
liste_2=["a","b","c","d"]

liste_2=liste_1

print(liste_2)

liste_2[3]=-1

print(liste_2)
print(liste_1)
```

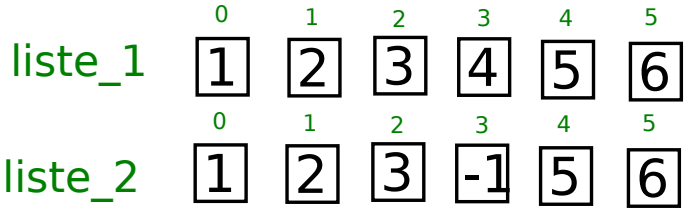


Copie de liste

Si l'on souhaite dupliquer une liste, on appelle explicitement list(*nom_liste*)

```
liste_1=[1,2,3,4,5,6]
liste_2=["a","b","c","d"]

liste_2=list(liste_1)

print(liste_2)

liste_2[3]=-1

print(liste_2)
print(liste_1)
```

création
d'une copie de la liste



Itération sur les listes

le mot clé "*for*"

Créer des listes

$$L = \{f(k) | k \in [\![0, N[\![\}$$

Exemple pour $f(k) = (k-2)^2$

En *francais*:

L = (k-2)^2 **pour** k variant **dans** [0,N[

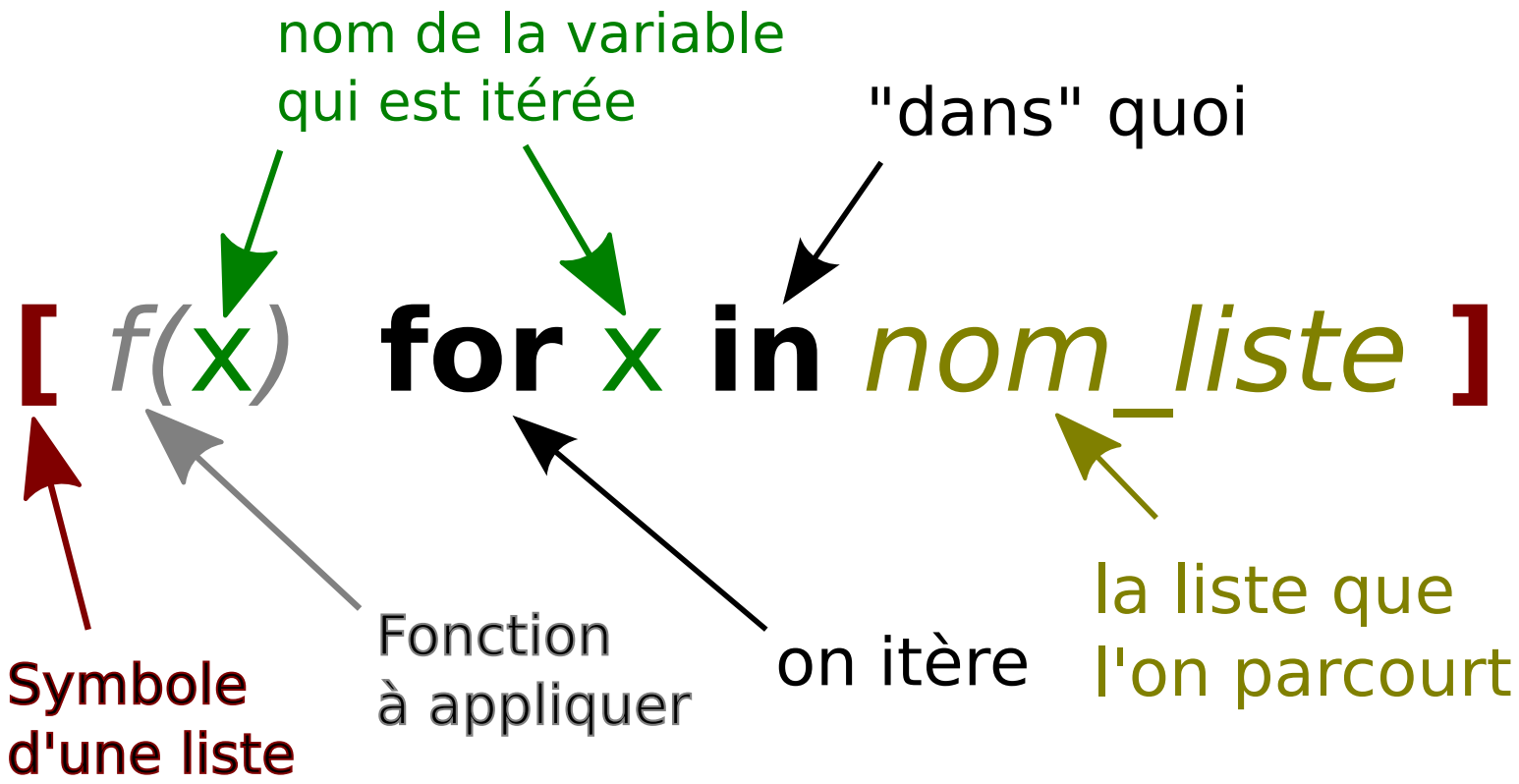
En *code*

```
L=[(k-2)**2 for k in range(0,N)]
```

(** :puissance)

```
N=4
L=[(k-2)**2 for k in range(0,N)]
print(L)
```

La boucle "pour"



Application

Calculer:

$$L = \{a_k \mid k \in [\![-N, N[\![\}$$

$$a_k = k\sqrt{|k-1|}/4$$

(|x| : abs(x))

Application

Calculer:

$$L = \{a_k \mid k \in [\![-N, N[\![\}$$

$$a_k = k\sqrt{|k-1|}/4$$

(|x| : abs(x))

```
L=[(k*abs(k-1)**0.5)/4 for k in range(-N,N)]
```

Application

$$L = \{a_k \mid k \in [\![-N, N[\![\}$$

$$a_k = k\sqrt{|k-1|}/4$$

```
import matplotlib.pyplot as plt

L=[(k*abs(k-1)**0.5)/4 for k in range(-N,N)]

plt.plot(L)
plt.show()
```

affichage (plot=dessine, show=montre à l'écran)

Application

$$L = \{a_k \mid k \in [\![-N, N[\![\}$$

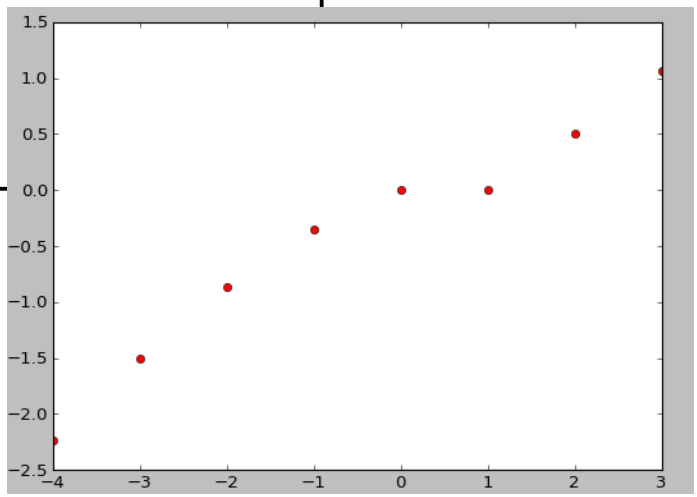
$$a_k = k\sqrt{|k-1|}/4$$

Avec les bonnes abscisses + echantillons

```
import matplotlib.pyplot as plt

L=[(k*abs(k-1)**0.5)/4 for k in range(-N,N)]
abscisses=range(-N,N)

plt.plot(abscisses,L,"ro")
plt.show()
```

en rouge

dessiner des ●



Les fonctions

Les fonctions

Remarque:

$$L = \{f(k) \mid k \in [\![k_0, k_N[\![\}$$

$$f(k) = \ldots$$

```
L=[(k*abs(k-1)**0.5)/4 for k in range(-N,N)]
```

compliqué ... peu lisible!

On souhaiterait écrire:

```
L=[f(k) for k in range(k0,kn)]
```

avec f(k)= ...

Les fonctions

$$L = \{f(k) \mid k \in [\![k_0, k_N[\![\}$$

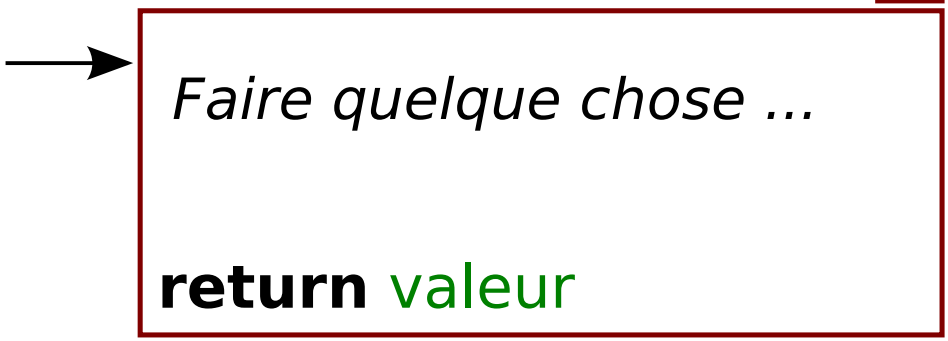
$$f(k) = k\sqrt{|k-1|}/4$$

```
def f(k):
  return k*abs(k-1)**0.5/4
```

```
k0=-4
kn=8
L=[f(k) for k in range(k0,kn)]
```

Les fonctions

def nom_fonction(argument):



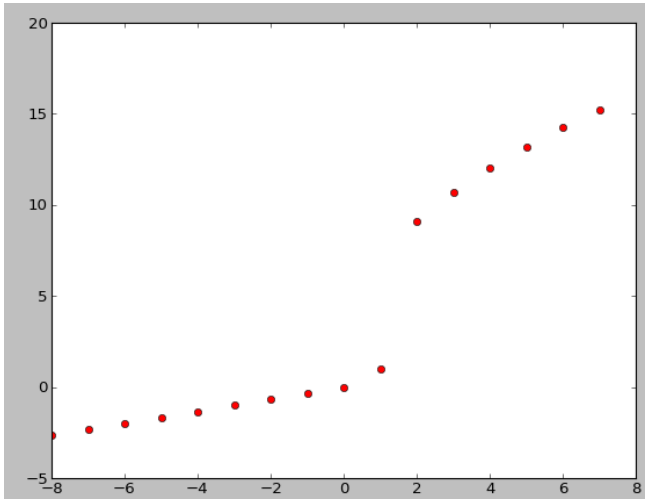

```
def f(k):
  return k*abs(k-1)**0.5/4


k0=-4
kn=8
L=[f(k) for k in range(k0,kn)]
```

Les fonctions

Les fonctions peuvent être *compliquées*

$$\begin{cases} f(k) = 5\sqrt{k} + 2 & k \geq 2 \\ f(k) = k^2 & k \in]-1, 2[\\ f(k) = k/3 & k \leq -1 \end{cases}$$

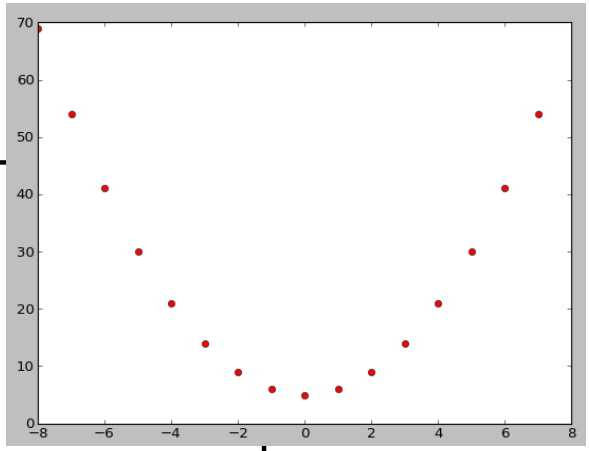
```
def f(k):
  if(k>=2):
    return 5*k**0.5+2
  if(k<=-1):
    return k/3
  if(-1<k<2): #(optionnel)
    return k**2

L=[f(k) for k in range(-8,8)]
plt.plot(range(-8,8),L,"ro")
plt.show()
```



Les fonctions

Les fonctions peuvent prendre des paramètres

$$f(k) = ak^2 + b$$




```
def f(k,a,b):
  return a*k**2+b

a=1
b=5
L=[f(k,a,b) for k in range(-8,8)]
plt.plot(range(-8,8),L,"ro")
plt.show()
```

Les fonctions

Les fonctions peuvent etre vectorielles

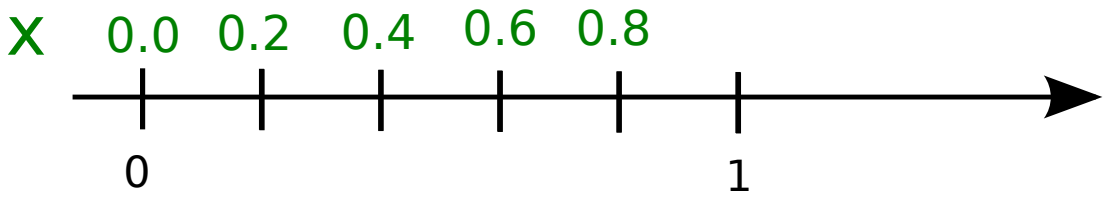
$$\begin{array}{cc} \mathbb{R}^3 & \mathbb{R}^2 \\ f : (x, y, z) & \mapsto \left(x^2 + y, xy\right) \end{array}$$

```
def f(x,y,z):
  return [x**2+y,x*y]

v=f(1.5,2.2,-1.1)
print(v)
```

Manipulation de fonctions réelles

Echantillonner dans $\mathbb{R}$

Calculer et stocker N valeurs
également réparties sur [0,1[




```
N=10
x=[k/N for k in range(0,N)]

print(x)
```

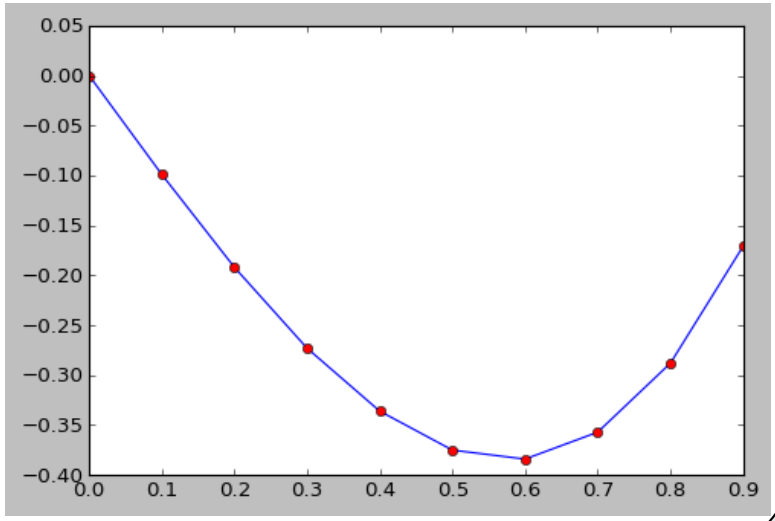
Echantillonner dans $\mathbb{R}$

Calculer et stocker les N échantillons de f(x)

$$f(x) = x(x^2 - 1)$$

$$x \in [0, 1[$$


```
def f(x):
  return x*(x**2-1)

N=10
x=[k/N for k in range(0,N)]

y=[f(x_k) for x_k in x]

plt.plot(x,y)
plt.plot(x,y,"ro")
plt.show()
```



Echantillonner dans $\mathbb{R}$

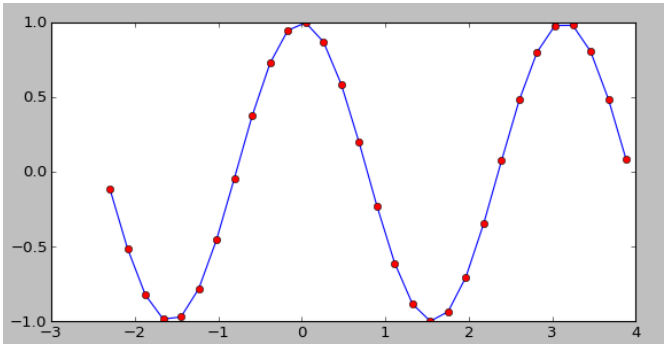
Calculer N échantillons de f pour $x \in [a, b[$

$$f(x) = \cos(2x)$$
$$[a, b[= [-2.3, 4.1[$$

```
from math import cos

def f(x):
  return cos(2*x)

N=30

#vecteur sur [0,1[
u=[k/N for k in range(0,N)]

#vecteur sur [a,b[
a,b=-2.3,4.1
x=[u_k*(b-a)+a for u_k in u]

#f(x) pour x sur [a,b[
f=[f(x_k) for x_k in x]

plt.plot(x,f)
plt.plot(x,f,"ro")
plt.show()
```

$$\left[0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \ldots, \frac{N-1}{N}\right]$$

$$(b-a)\left[0, \frac{1}{N}, \frac{2}{N}, \ldots, \frac{N-1}{N}\right] + a$$



Application

La diode possède une caractéristique s'exprimant sous cette forme

$$I = I_0 \left(\exp\left(\frac{V}{V_T} \right) - 1 \right)$$

$$V_T = \frac{kT}{q}$$

I_0=100 nA
q=1.6 10^{-19} C
k=1.38 10^{-23} J/K

Tracer la caractéristique pour T=25° et T=65°
(298K) (338K)

$$V \in [-0.1, 0.4[V$$

Rem: Pour exponentielle

```
from math import exp

exp(x)
```

Fonctions disponibles

Somme des éléments

$$S = \sum_k x_k$$

```
vec=[1,7,8,4,5]
S=sum(vec)
```

Application:

$$n = \left(\sum_k x_k^2 \right)^{1/2}$$

```
vec=[1,7,8,4,5]
n=sum([x_k**2 for x_k in vec])**0.5
```

Min/Max des éléments

```
vec=[1,7,8,4,-2,5]
a=max(vec)
b=min(vec)
print(a)
print(b)
```

Il existe un élément ...

Soit $(a_k)_{k \in [0,N[}$

Question: $\boxed{\exists k \in [0, N[\ ,\ a_k = 4}$

En francais:

Il existe au moins un élément tel que a_k égale 4 **pour** k variant entre [0,N[

En code:

```
any(x==4 for x in vec)
```

True

(type booléen)

False

Il existe un élément ...

Exemple:

```
vec=[1,7,8,4,-2,5]
est_ce_vrai = any(x==4 for x in vec)

print(est_ce_vrai)
```

```
vec=[1,7,8,4,-2,5]
est_ce_vrai = any(x>9 for x in vec)

print(est_ce_vrai)
```

Tous les éléments ...

Soit $(a_k)_{k \in [0,N[}$

Question: $\forall k \in [0, N[\ ,\ a_k < 12$

En francais:

Tous les a_k sont inférieurs à 12
pour k variant entre [0,N[

En code:

```
all(x<12 for x in vec)
```

True

(type booléen)

False

Application

```
v1=[1,0,0]
v2=[0,1,0]
v3=[1/(3**0.5),1/(3**0.5),1/(3**0.5)]
v4=[1/(2**0.5),0/(2**0.5),1/(2**0.5)]

ensemble_vecteurs=[v1,v2,v3,v4]
```

Vérifiez que les vecteurs sont tous unitaires

$$\forall k \in [0, N[\,,\ |\,||v_k|| - 1\,| < \epsilon$$

(On évitera la notation v_k==a pour des nombres à virgule)

Cas d'application

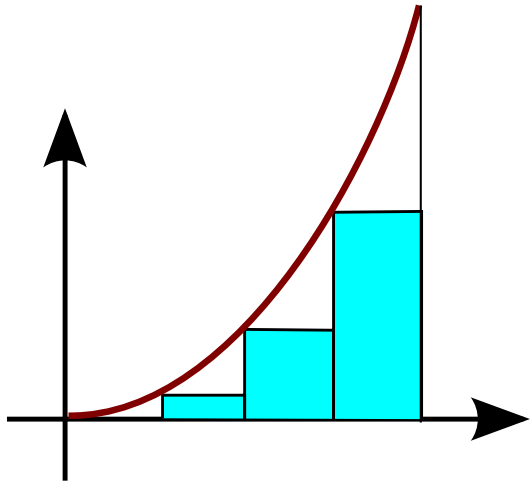
Calcul intégral

Calcul intégral

Soit $f(x) = ax^2 + bx + c$

$$\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \simeq \sum_{k=0}^{k<N} f(k\Delta x)\Delta x$$

$$\Delta x = \frac{1}{N}$$



Calculer cette intégrale pour a=3, b=2, c=1 (prendre N=100)

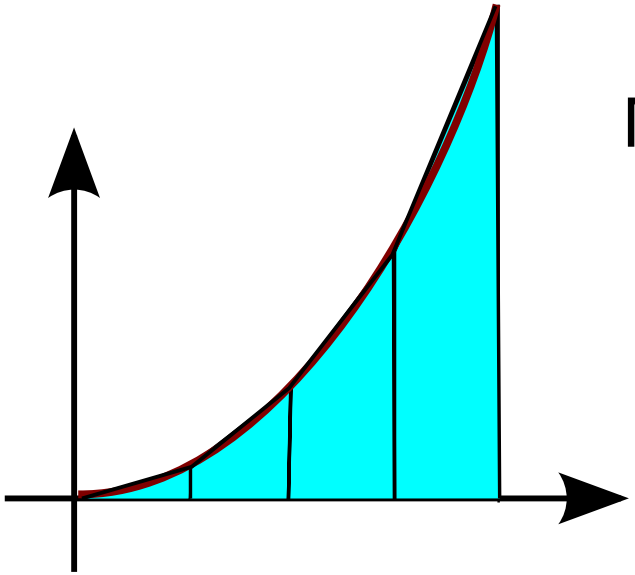
Calcul intégral

Quelle est l'erreur E par rapport à la vraie valeur?

Tracer le log de l'erreur en fonction de N

Calcul intégral

$$I = \int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x \simeq \frac{\Delta x}{2} \sum_{k=0}^{k<N} f(k\Delta x) + f((k+1)\Delta x)$$



Meilleure approximation

Calcul intégral

Evaluer la longueur de la courbe de f sur [0,1]

$$L = \int_0^1 (f'(x)^2 + 1)^{1/2} \, \mathrm{d}x$$

Boucle for "avancée"

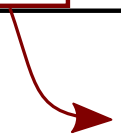
Boucle sur des mots

```
ensemble=["pommes","poires","champignons","poivrons"]

[print("j'aime manger des "+aliment) for aliment in ensemble]
```

j'aime manger des pommes
j'aime manger des poires
j'aime manger des champignons
j'aime manger des poivrons

Boucle sur plusieurs vecteurs

```
ensemble_matieres=["math","physique","chimie","informatique"]
ensemble_notes=[12.1,8.4,12.3,7.8]

[print(matiere,":",note) for matiere , note
 in zip(ensemble_matieres,ensemble_notes)]
```

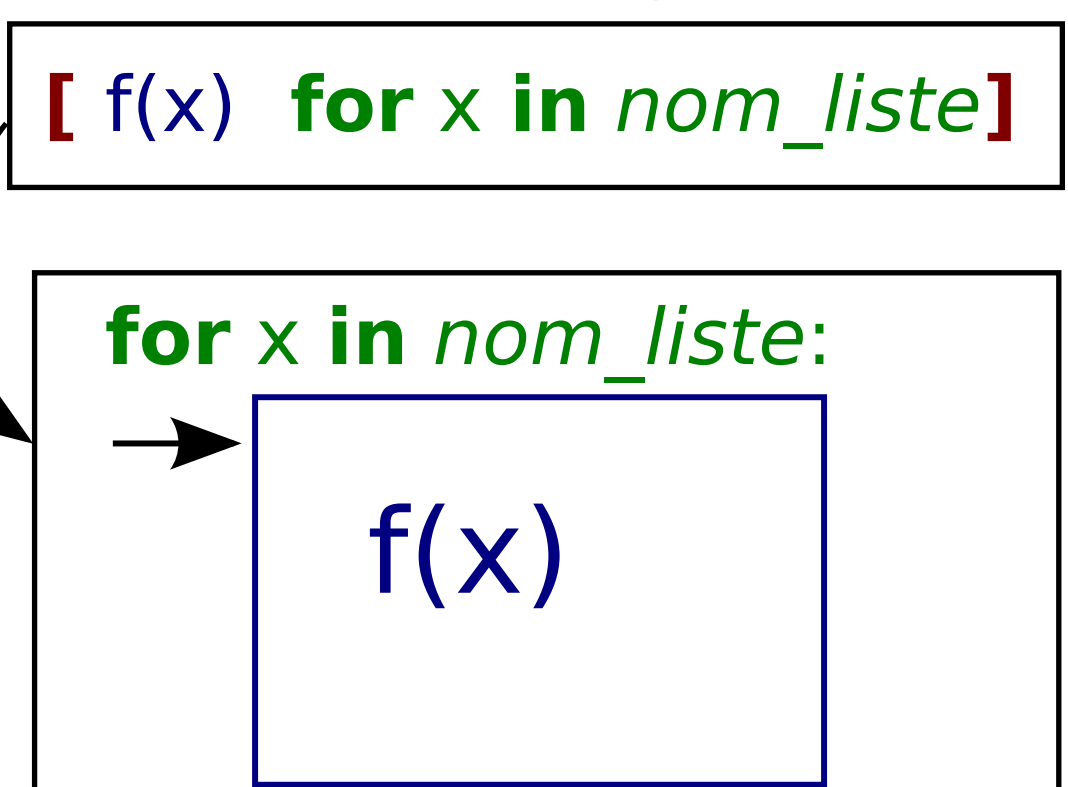


met les éléments ensemble

math : 12.1
physique : 8.4
chimie : 12.3
informatique : 7.8

Boucle "classique"

Remarque: Parfois/souvent f est
- complexe
- ne retourne rien / modifie x (la liste)
- n'est écrite qu'une seule fois



Boucle "classique"

Exemple

```
for x in range(0,8):
  print(x)
```

```
for x in range(-3,4):
  if(x%2 == 0):
    print(x,"est pair")
  else:
    print(x,"est impair")
```

a%b
reste de la division euclidienne

Boucle "classique"

Soit:

```
ensemble_matieres=["math","physique","chimie","informatique"]
ensemble_notes=[9.1,8.4,16.3,7.8]
```

Afficher "attention + nom_matiere" si note<10
Afficher "ATTENTION + nom_matiere" si note<8
Afficher "TB + nom_matiere" si note>15

Boucle "classique"

Modification d'éléments:

Ajouter 2 à toutes les notes si elles sont inférieures à 8

```
notes=[9.1,8.4,16.3,7.8]
for k in range(len(notes)):
  if(notes[k]<8):
    notes[k]=notes[k]+2
```

Récupérer valeur et indice

```
ma_liste=[9.1,8.4,16.3,7.8]
for indice,valeur in enumerate(ma_liste):
  print(indice,valeur)
```

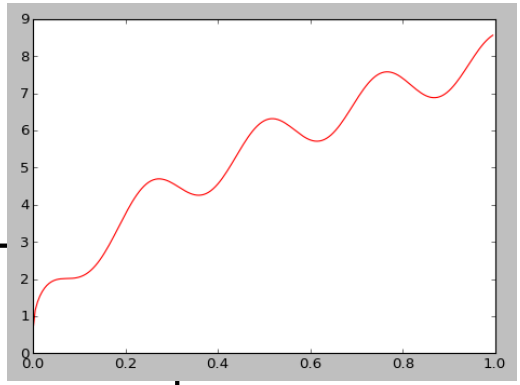
```
0 9.1
1 8.4
2 16.3
3 7.8
```

Similaire à :

```
for indice in range(len(ma_liste)):
  valeur=ma_liste[indice]

  print(indice,valeur)
```

Récupérer valeur et indice

Application: Rendre une suite croissante



Soit la suite $(a_k)_{k \in [\![0, N[\![}$

Si $a_{k+1} < a_k$, alors $a_{k+1} := a_k$

$$\forall k \in [\![0, N[\![\,,\; a_k := f(k/N)$$

$$\forall x \in [0, 1] \,,\; f(x) := 8\sqrt{x} + 0.6 \cos(25\, x)$$

Application

Soit:

```
matieres=["math","physique","chimie","informatique"]
notes=[9.1,8.4,11.3,6.8]
```

Soit m la moyenne des notes

Ajouter 2 points à chaque note si m est inférieur à 10
Ajouter seulement 1 point pour les maths
Si m inférieur à 8, rajouter 3 points à la chimie

Application

Soit f(x)=E(x)%2 E: partie entière (int(x))

x appartenant à [0,10]

Calculer N=200 échantillons (y_k) de f sur [0,10[

Calculer z_k, tel que $z_k = 1/3\,(y_{k+1} + y_k + y_{k-1})$

pour k dans [1,N-1[, sinon z_k=y_k pour k=0 et k=N

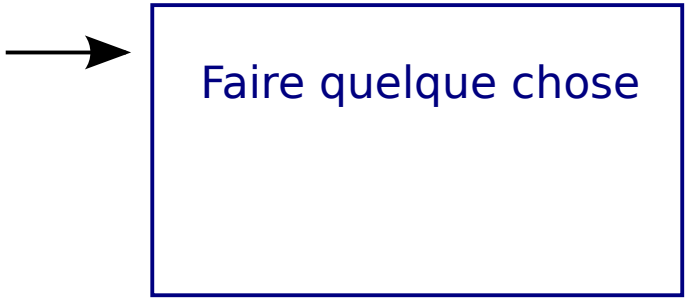
Itérer le processus sur z ... 15 fois

$$g(x) = \int_{y=x-\epsilon}^{y=x+\epsilon} f(y)\,\mathrm{d}y$$

Boucle while / "tant que"

Boucle while / "tant que"

while *condition_vraie* **:**




```
a=5
while a>2:
    a=0.65*(a+1)
    print(a)
```

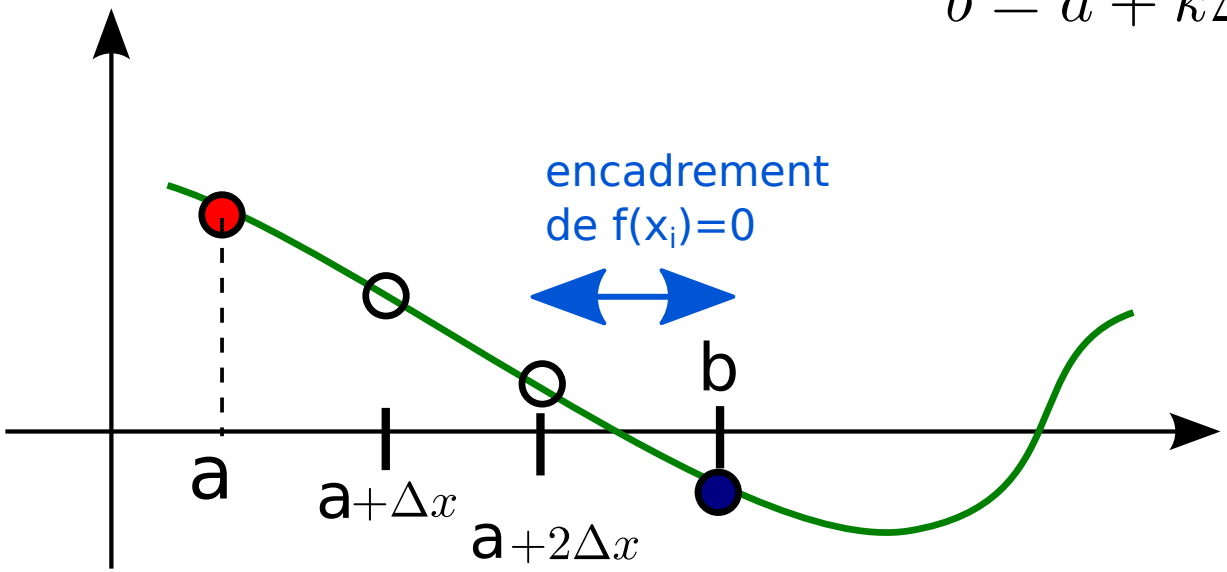
On ne connait pas forcément le nombre d'itérations

Application: encadrement

Soit f une fonction continue de $\mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

Soit $a\,,\ f(a) > 0$ Trouver $b\,,\ f(b) < 0$

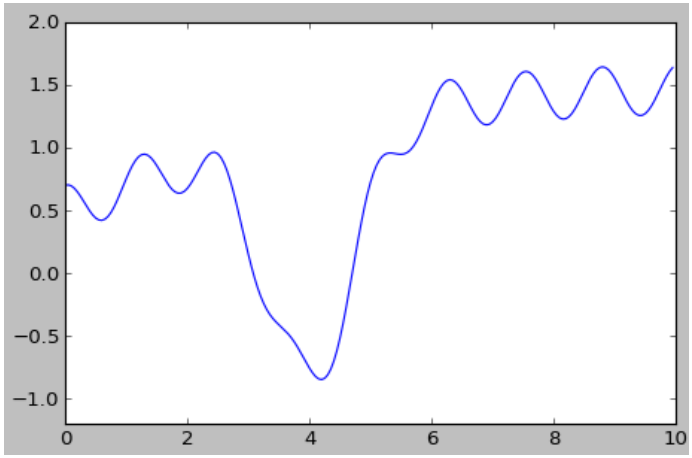
$$b = a + k\Delta x$$

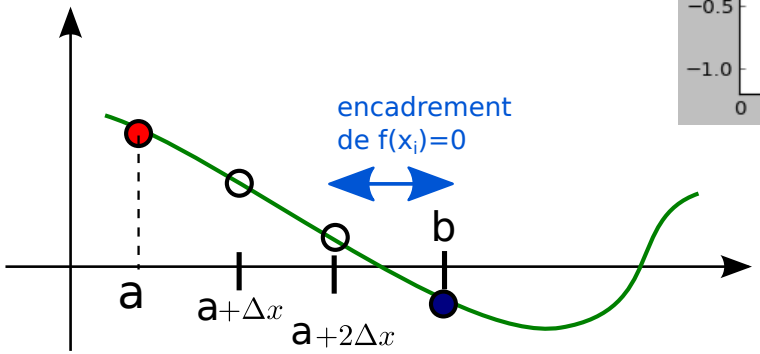


Application: encadrement

$$f(x) = \frac{1}{2} + \tanh\left(\frac{x}{5}\right) - 2e^{\left(-(x-4)^2\right)} + 0.2\cos(5x)$$

$$a = 0 \quad \Delta x = 0.1$$



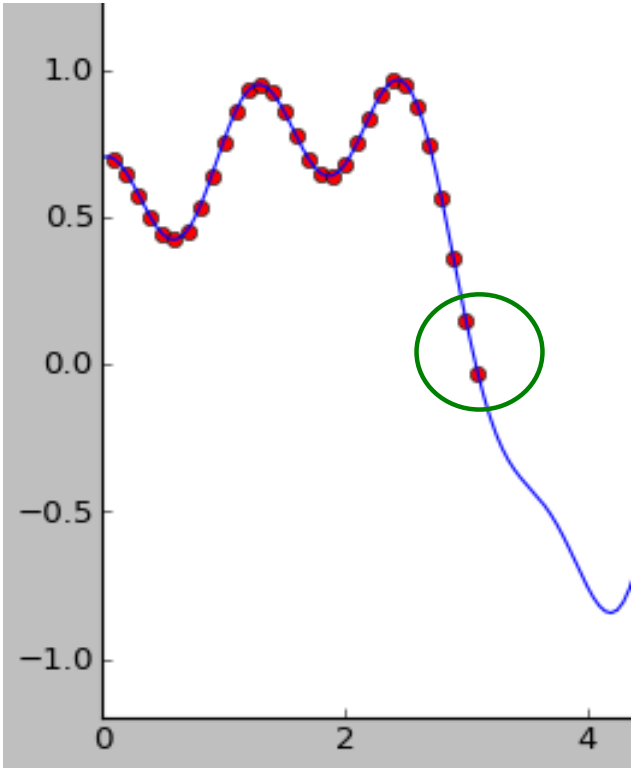


Application: encadrement

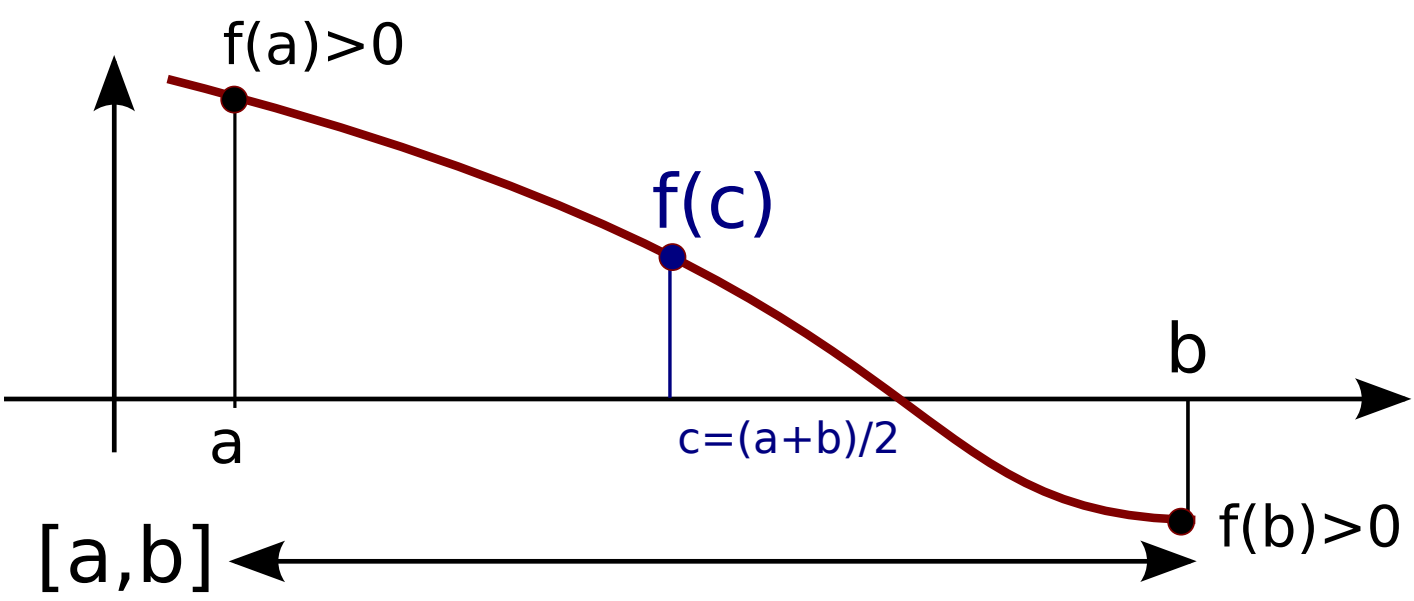
$$f(x) = \frac{1}{2} + \tanh\left(\frac{x}{5}\right) - 2e^{(-(x-4)^2)} + 0.2\cos(5x)$$

$a = 0 \quad \Delta x = 0.1$

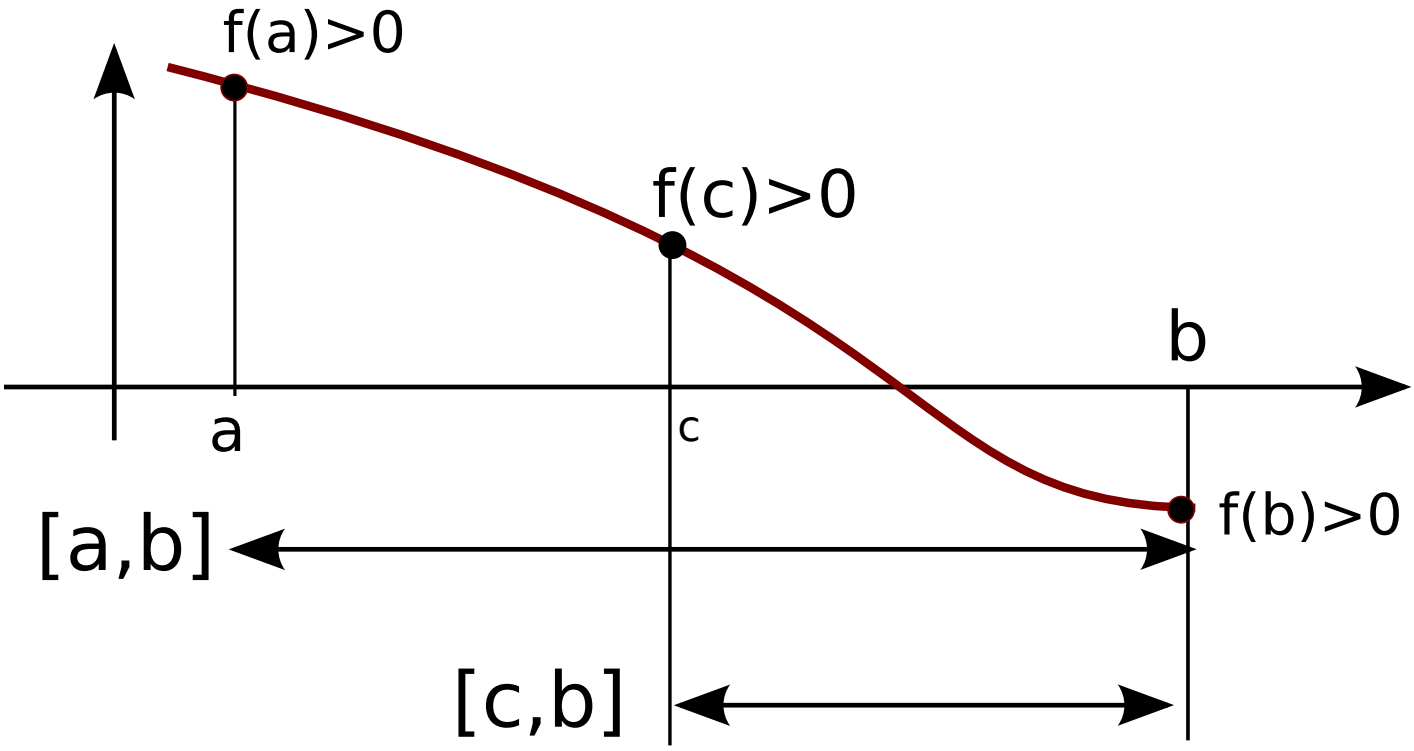
```
dx=0.1
a=0

x=a
while f(x)>0:
   x=x+dx
```



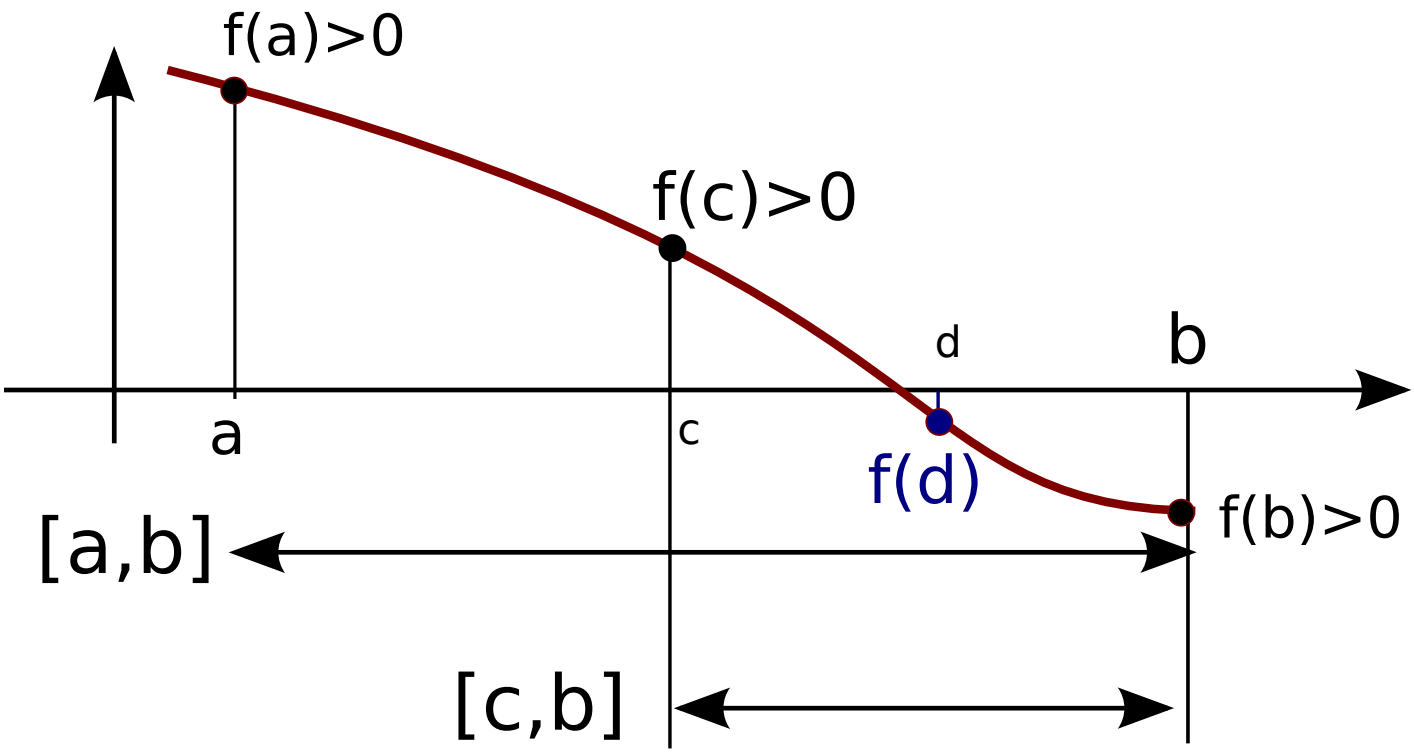
Dichotomie



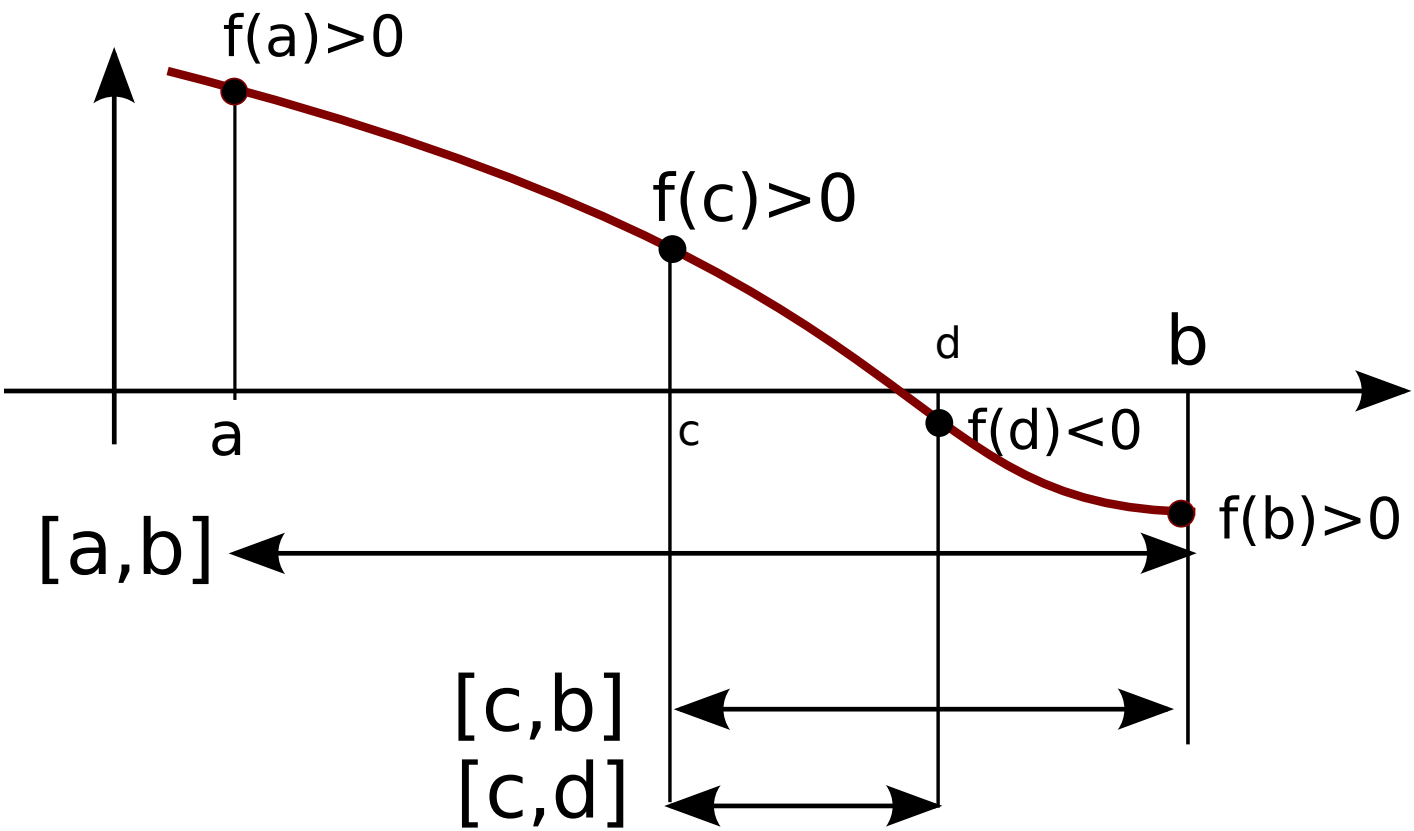
Dichotomie



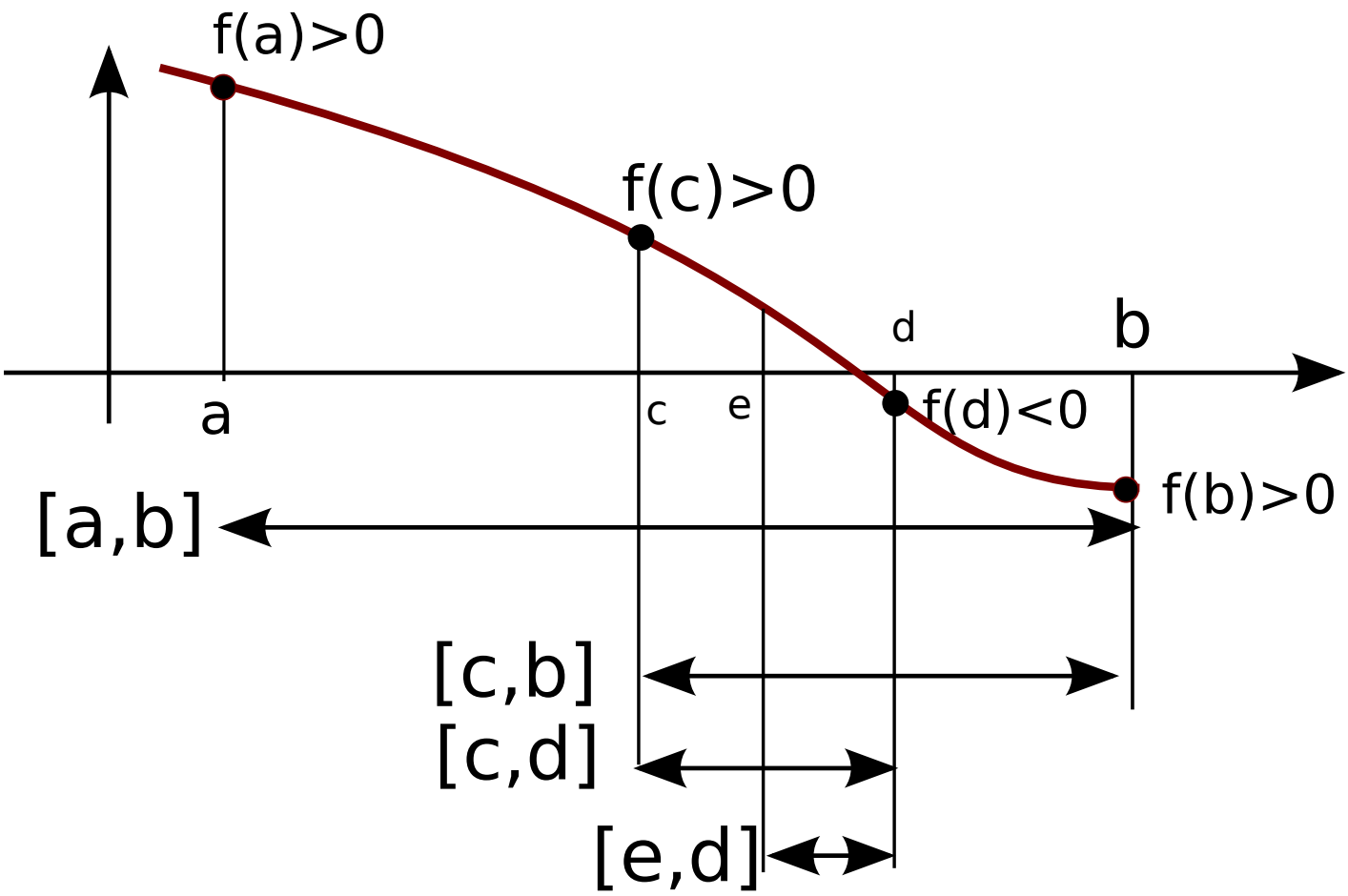
Dichotomie



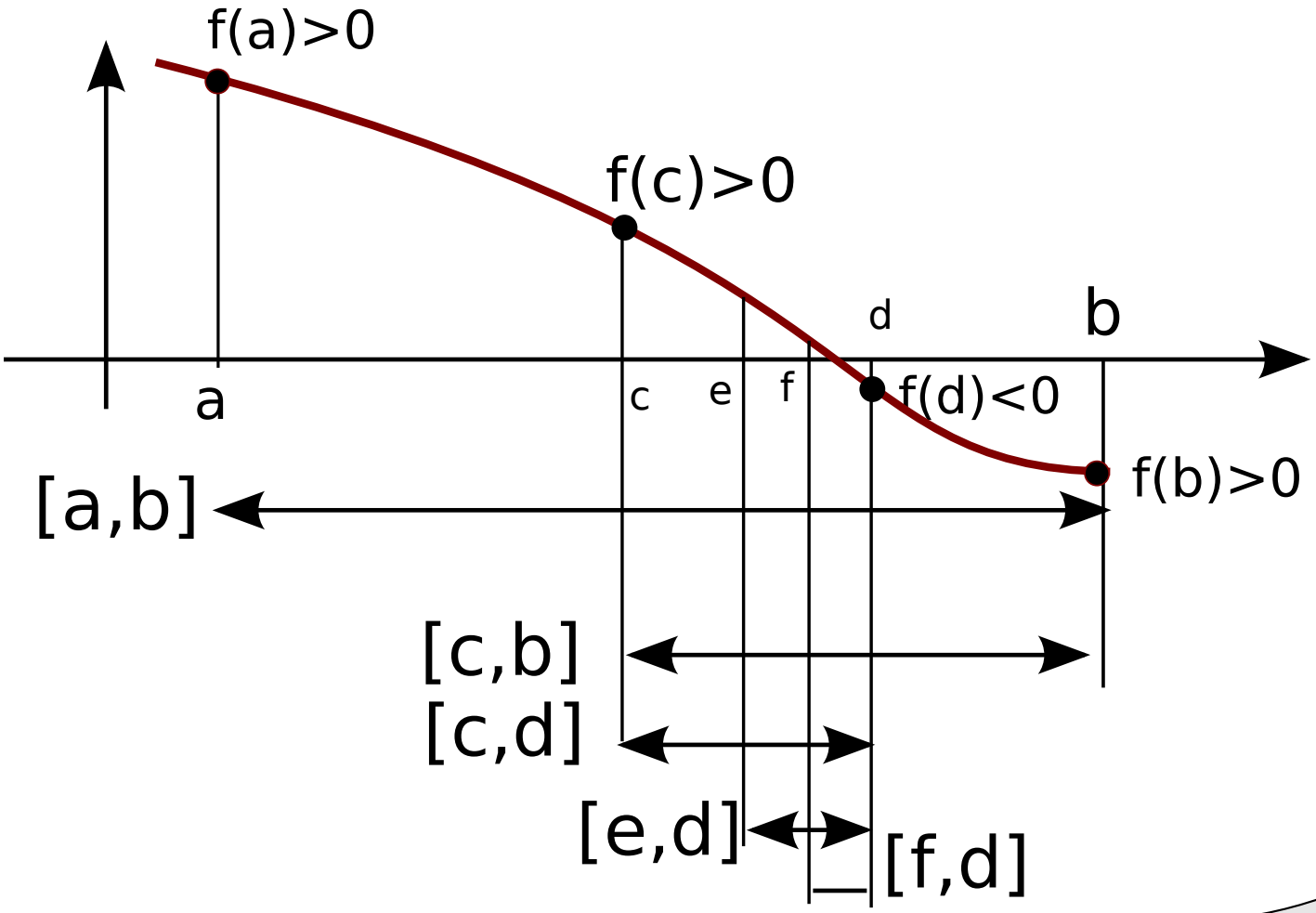
Dichotomie



Dichotomie



Dichotomie



Dichotomie

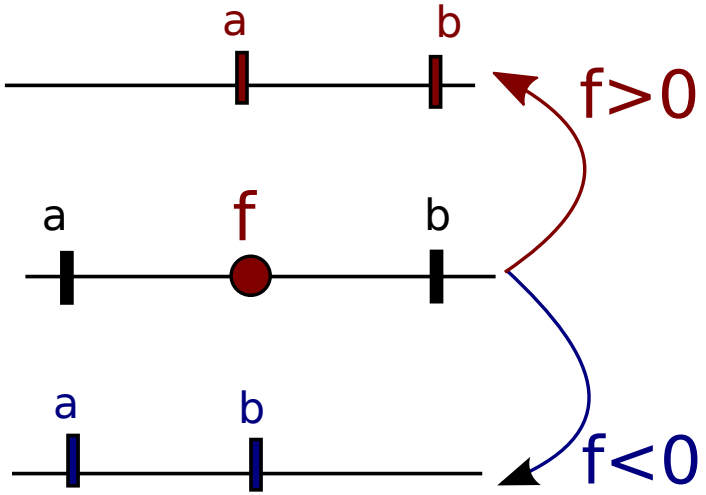
Algorithme

Soit [a,b], f(a)>0 et f(b)<0

Tant que |b-a|>erreur_max

Calculer f(c), avec c=(a+b)/2

Si f(c)>0
[a,b] <- [c,b]
Sinon
[a,b] <- [a,c]



Dichotomie

Application: calculer le zéro de f
pour un intervalle d'encadrement de 10^{-6}

Librairie mathématique et affichage

Numpy: Array

```
import numpy as np

va=np.array([1,4,8,9])
vb=np.array([-4.1,2.2,1,-5])

vc=va+vb

print(vc)
```

array ressemble aux listes
spécialisé pour les nombres

Numpy: Array

```
va=np.array([1,4,8,9])
vb=np.array([-4.1,2.2,1,-5])
```

```
va+vb
va-vb
2*va
vb*4
np.vdot(va,vb)
```

addition
soustraction
multiplication par un scalaire
produit scalaire
...

Rem. On ne mélange pas "mot" et nombre dans un array

Linspace

```
a,b=1.1,4.8
N=8

x=np.linspace(a,b,N)

print(x)
```

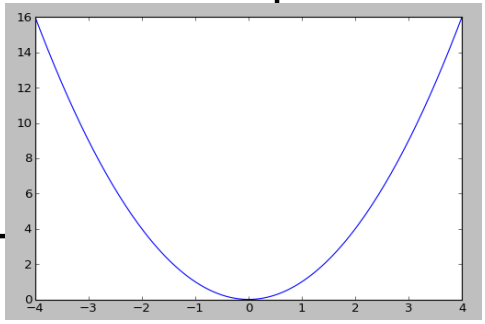
Vecteur uniformément réparti entre [a,b] avec N échantillons

Affichage

Combinaison array + affichage

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

a,b=-4,4
N=200

x=np.linspace(a,b,N)
y=x**2

plt.plot(x,y)
plt.show()
```

élève au carré élément à élément



Array-range

arange: similaire à range

```
v=np.arange(1,8,2)
print(v)
```

```
1 3 5 7
```

Slicing

```
print(a)
print(a[2:4])
print(a[2:])
print(a[:5])
print(a[1:6:2])
print(a[::3])
```

Vecteurs particuliers

```
va=np.zeros(5)
vb=np.ones(6)
```

va | 0 0 0 0 0

vb | 1 1 1 1 1 1

Applications

Soit la droite D passant par x0 et de vecteur directeur u

x0=(1,2)
u=(1,4)

Calculer un, le vecteur directeur unitaire de même direction que u

(norme: from numpy.linalg import norm)

Soit a=x0-2un, b=x0+2un

Afficher la droite ab
Afficher un point en x0

Applications

Soit p=(3,3)

Calculer L=<ap,un>

Calculer la projection orthogonale p_proj de p sur la droite D
p_proj=a+L un

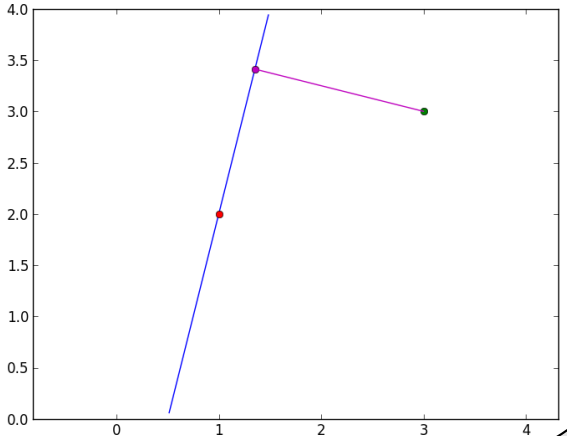
Afficher p et p_proj

Notez que les axes ne sont pas orthogonaux

Ajouter: plt.axis("square")

Afficher le segment [p,p_proj]

Calculer la distance entre p et la droite D



Applications

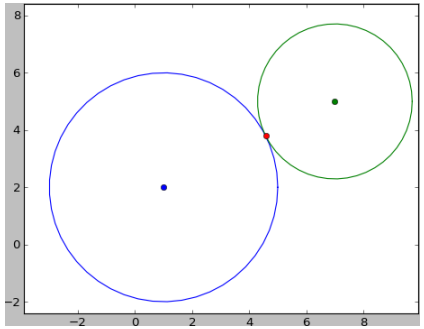
Soit C le cercle de centre x0=(1,2) et de rayon 4

Construire le vecteur theta contenant N échantillons également répartis sur [0,2 pi]

(pi=np.pi)

Stocker dans les vecteurs cx, et cy les coordonnees de N échantillons du cercle C

Tracer le cercle C



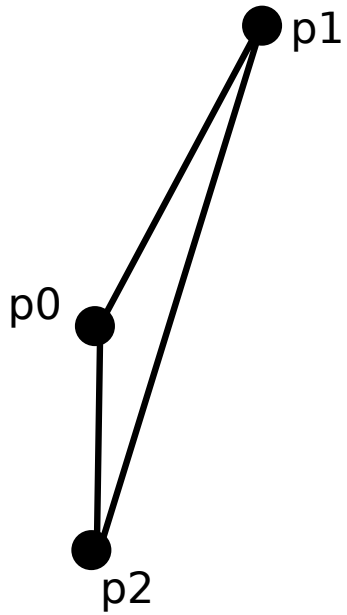
Soit C' un cercle tangent à C de centre x0'=(7,5)

Calculer le rayon de C'

Tracer C', les points x0 et x1 et le point d'intersection entre C et C'

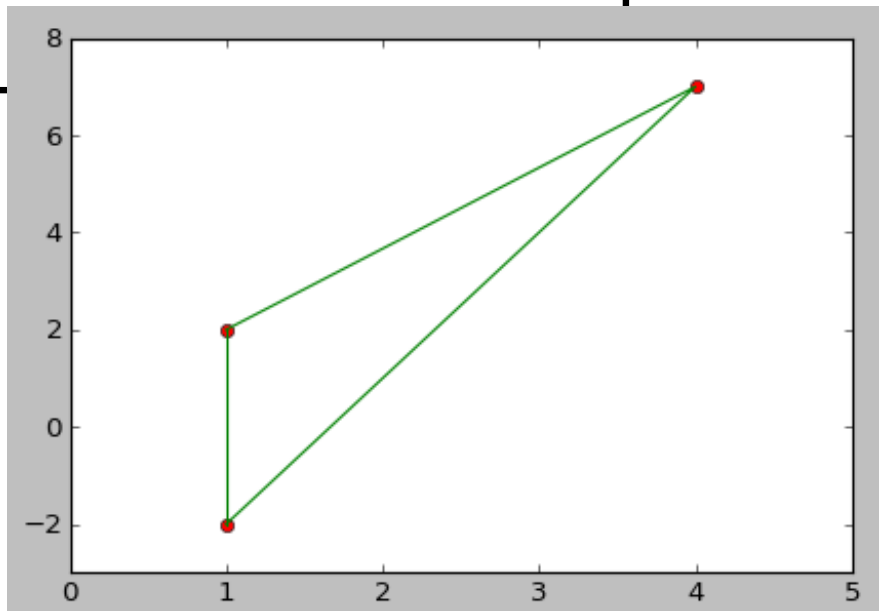
Vecteurs multi-dimensionnels

```
p0=np.array([1,2])
p1=np.array([4,7])
p2=np.array([1,-2])

triangle=np.array([p0,p1,p2])

print(triangle[2,1]) #coord-y p2

print(triangle[0,:]) #point 0
print(triangle[1,:]) #point 1
print(triangle[2,:]) #point 2

print(triangle[:,0]) #coord-x
print(triangle[:,1]) #coord-y
```



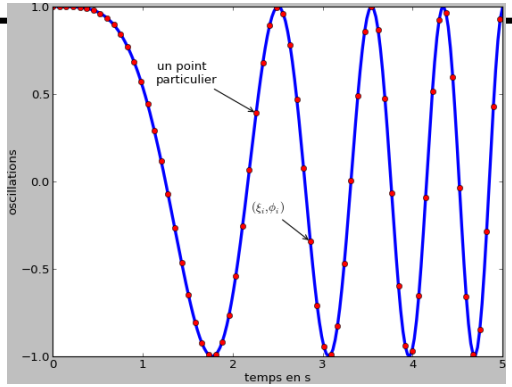
Vecteurs multi-dimentionnels

```
plt.plot(triangle[:,0],triangle[:,1],"ro")
plt.plot(triangle[:,0],triangle[:,1],"g-")
plt.plot([triangle[0,0],triangle[2,0]],
»         [triangle[0,1],triangle[2,1]],"g-")
plt.axis([0,5,-3,8])
plt.show()
```

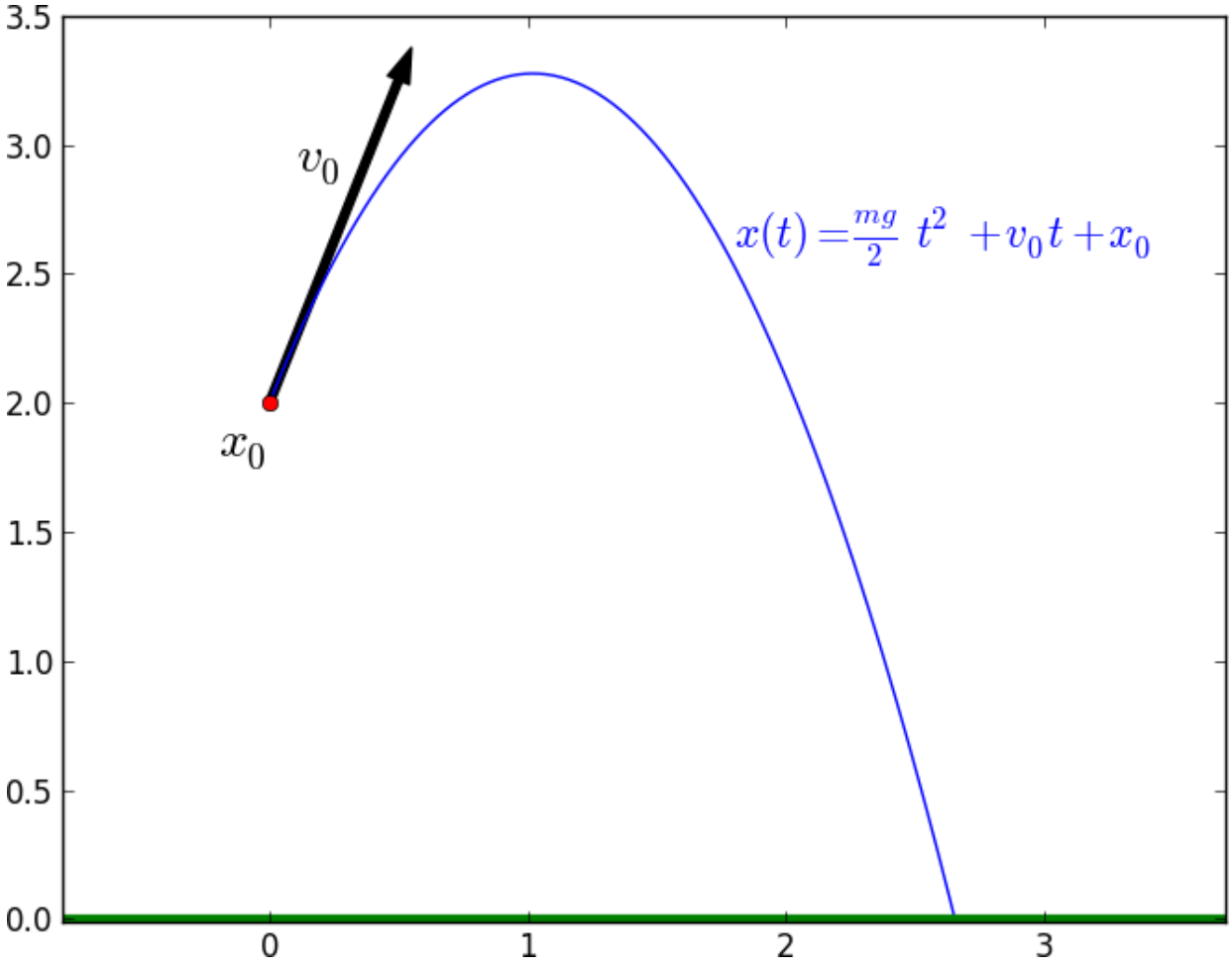


Embellissement graphique

```
N=200
x=np.linspace(0,5,N)
y=np.cos(x*x)



plt.plot(x,y,linewidth=3)
plt.plot(x[::3],y[::3],"ro")
plt.xlabel("temps en s")
plt.ylabel("oscillations")

plt.annotate('un point \nparticulier', xy=(x[90], y[90]),  xycoords='data',
                xytext=(-100, 30), textcoords='offset points',
                arrowprops=dict(arrowstyle="->")
                )

plt.annotate(u'$(\\xi_i,\\phi_i)$', xy=(x[114], y[114]),  xycoords='data',
                xytext=(-60, 30), textcoords='offset points',
                arrowprops=dict(arrowstyle="->")
                )
plt.show()
```

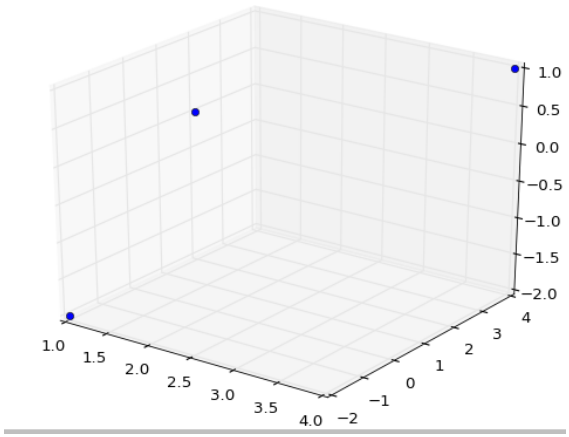


Application, afficher:



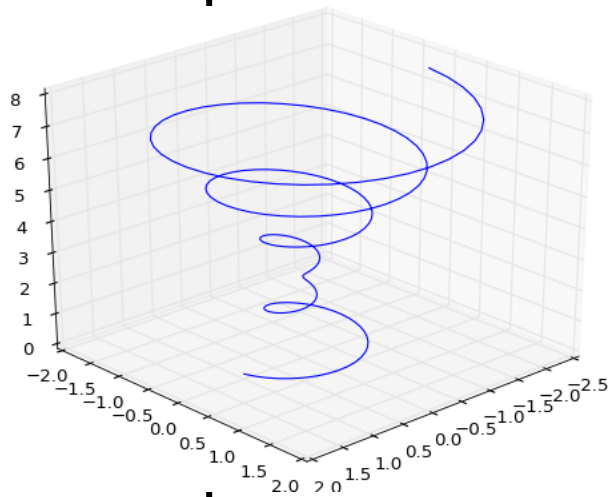
Courbe et points 3D

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

p0=np.array([1,2,0])
p1=np.array([4,4,1])
p2=np.array([1,-2,-2])

triangle=np.array([p0,p1,p2])

x=triangle[:,0]
y=triangle[:,1]
z=triangle[:,2]

print(x,y,z)

fig=plt.figure()
axes3d=fig.gca(projection='3d')
axes3d.plot(triangle[:,0],triangle[:,1],triangle[:,2],"o")
plt.show()
```



Courbe et points 3D

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D

N=200
t=np.linspace(0,5*np.pi,N)

x=(1-t/5)*np.cos(2*t)
y=(1-t/5)*np.sin(2*t)
z=t/2

p=np.array([x,y,z])

fig=plt.figure()
axes3d=fig.gca(projection='3d')
axes3d.plot(p[0,:],p[1,:],p[2,:],"-")
plt.show()
```



Cas d'application: Equations différentielles

Dérivée discrète

Soit une fonction réelle dérivable f

La dérivée discrète de f au point x est calculable par la relation

$$\frac{f(x+\epsilon)-f(x)}{\epsilon}$$

Application:

Coder la fonction: f(x)=sin(x)

Calculer la dérivée numérique en 0

Comparer à la vraie valeur (pour différentes valeurs de ϵ)

Dérivée discrète

Rem. On peut définir l'application

$$(\mathcal{F} \times R) \to \mathbb{R}$$
$$D : (f, x) \mapsto f'(x)$$

```
def f(x):
  return np.sin(x)

def D(f,x):
  epsilon=1e-6
  df=(f(x+epsilon)-f(x))/epsilon

  return df

x=0
print(D(f,0))
print(D(f,0.5))
print(D(f,0.8))
```

f est un argument de D

Dérivée discrète

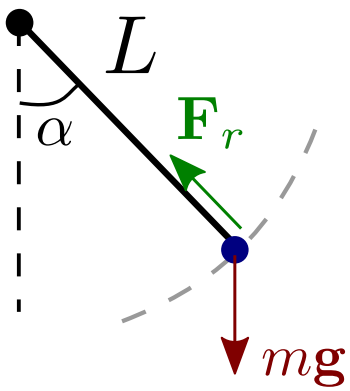
Application:

$$g(x) = \tanh\left(\sin(x) + \tanh(x)\right)$$

$$f(x) = (g \circ g \circ g)(x)$$

Afficher f et f' sur [-30,30]

Pendule oscillant



$$\alpha'(t) = \omega(t)$$

Equation de la dynamique:

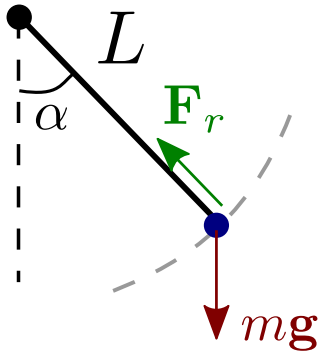
$$\omega'(t) = -\frac{g}{L}\sin(\alpha(t))$$

Pas de solution analytique simple pour $\alpha(t)$ grand

Si frottements, ou pendule couplé, pas de solution analytique du tout

On discrétise la dérivée
(on intègre numériquement suivant t)

Pendule oscillant



$$\alpha'(t) = \omega(t)$$

Equation de la dynamique:

$$\omega'(t) = -\frac{g}{L}\sin(\alpha(t))$$

Equation discrétisée:

$$\alpha^k = \alpha(t + \Delta t)$$
$$\omega^k = \omega(t + \Delta t)$$

$$\begin{cases} \omega^{k+1} = \omega^k - \Delta t \frac{g}{L} \sin\left(\alpha^k\right) \\ \alpha^{k+1} = \alpha^k + \Delta t \underbrace{\omega^{k+1}}_{\text{conservation d'energie}} \\ \alpha^0 = \alpha_0 \\ \omega^0 = \omega_0 \end{cases}$$

Afficher $\alpha(t)$ en fonction de t

Considérer $\alpha_0 \simeq \pi$

Pendule oscillant

Algorithme:

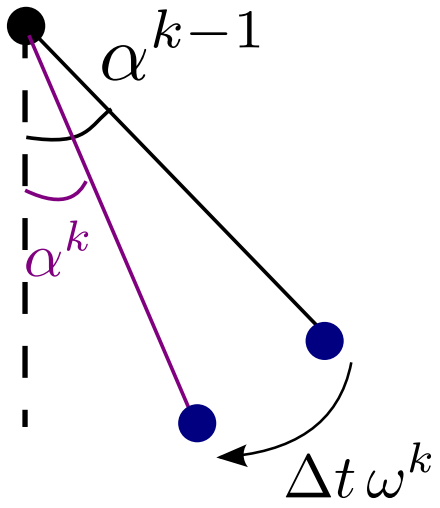
Initialiser α^0 , ω^0 0

Pour tous k

$$\omega^k = \omega^{k-1} - \Delta t \, \frac{g}{L} \sin\left(\alpha^{k-1}\right)$$

$$\alpha^k = \alpha_{k-1} + \Delta t \, \omega^k$$

Afficher($t = k \, \Delta t$, α^k)



Matrices

Matrices

```
import numpy as np

A=np.matrix([[1,2,3],[4,5,6]])

print(A)
```

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Matrices

Produit matriciel

```
import numpy as np

A=np.matrix([[1,2,3],
             [4,5,6]])

B=np.matrix([[1,4],
             [1,2],
             [3,10]])

C=A*B

print(C)
```

Matrices

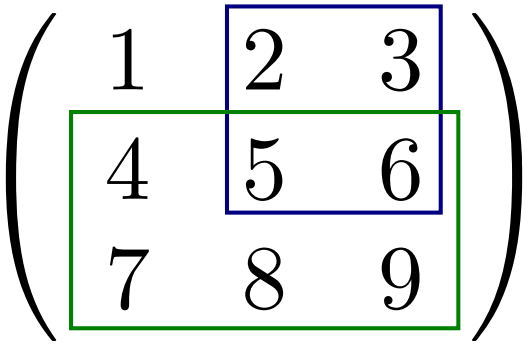
Matrices carrées

```
A=np.matrix([[1,2,3],
             [4,5,6],
             [7,8,9]])

B=np.matrix([[1,4,2],
             [1,2,2],
             [3,-1,1]])

print(A+B)
print(A-B)
print(A*B)
print(A**2)
```

Matrices

Bloc/slicing

```
A=np.matrix([[1,2,3],
             [4,5,6],
             [7,8,9]])


A[0:2,1:3]
A[1:3,:]
```



Operateurs matriciels

```
A=np.matrix([[1,2],
             [4,5]])

np.linalg.det(A)
np.trace(A)
np.linalg.inv(A)
```

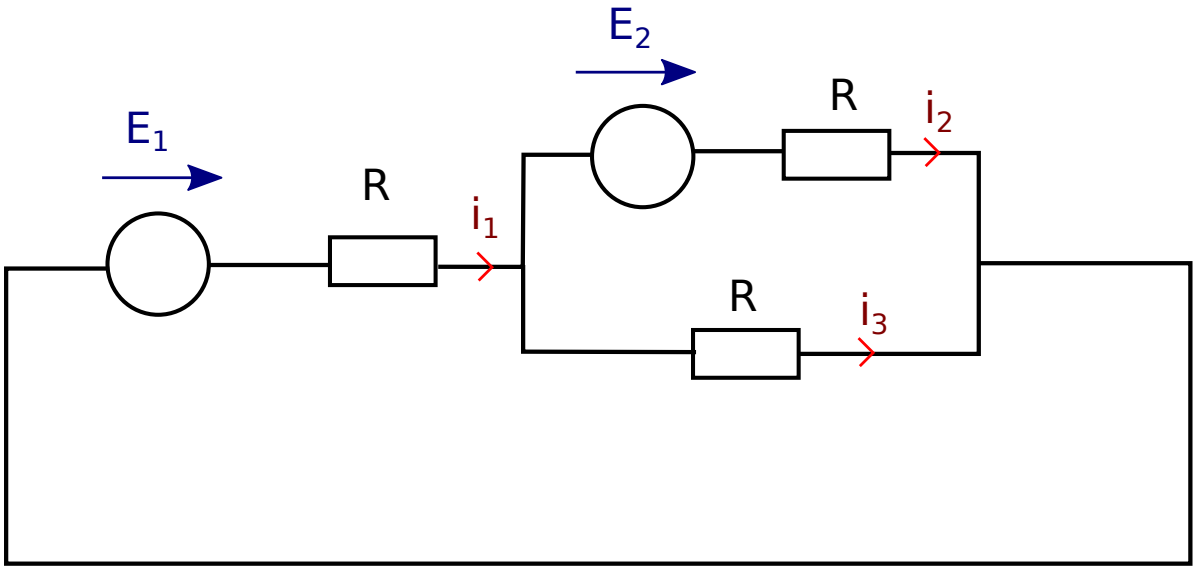
linalg = linear algebra

Algèbre linéaire

```
A=np.matrix([[1,2,5],
             [4,5,9],
             [7,8,4]])

b=np.array([4,8,9])

x=np.linalg.solve(A,b)
```

$$\mathrm{A}\,x = b$$

Application, systeme lineaire



$$\begin{cases} -E_1 + Ri_1 - E_2 + Ri_2 = 0 \\ -E_1 + Ri_1 + Ri_3 = 0 \\ i_1 = i_2 + i_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R = 10k\Omega \\ E_1 = 1V \\ E_2 = 0.5V \end{cases}$$

Calculer i1, i2, i3

Diagonalisation

```
A=np.matrix([[1,2,3],
             [4,7,8],
             [4,7,1]])

w,P=np.linalg.eig(A)

print(w)
print(P)

print(P*np.diag(w)*np.linalg.inv(P))
```

Application, diagonalisation

La matrice compagnon du polynome

$$p(x) = c_0 + c_1\, x + c_2\, x^2 + \cdots + c_{n-1}\, x^{n-1} + x^n$$

est $$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & -c_0 \\ 1 & 0 & \dots & 0 & -c_1 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & -c_2 \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -c_{n-1} \end{pmatrix}$$

Les valeurs propres de A sont les racines du polynome p

Application, diagonalisation

Construire la matrice compagnon des polynomes suivants, et en déduire leurs racines:

$$p_1(x) = x^2 - 1$$

$$p_2(x) = x^2 + 1$$

$$p_3(x) = x^3 + 2x^2 - 1$$

$$p_4(x) = x^6 - 11x^5 + 30x^4 - 12x^3 - 13x^2 - x - 42$$

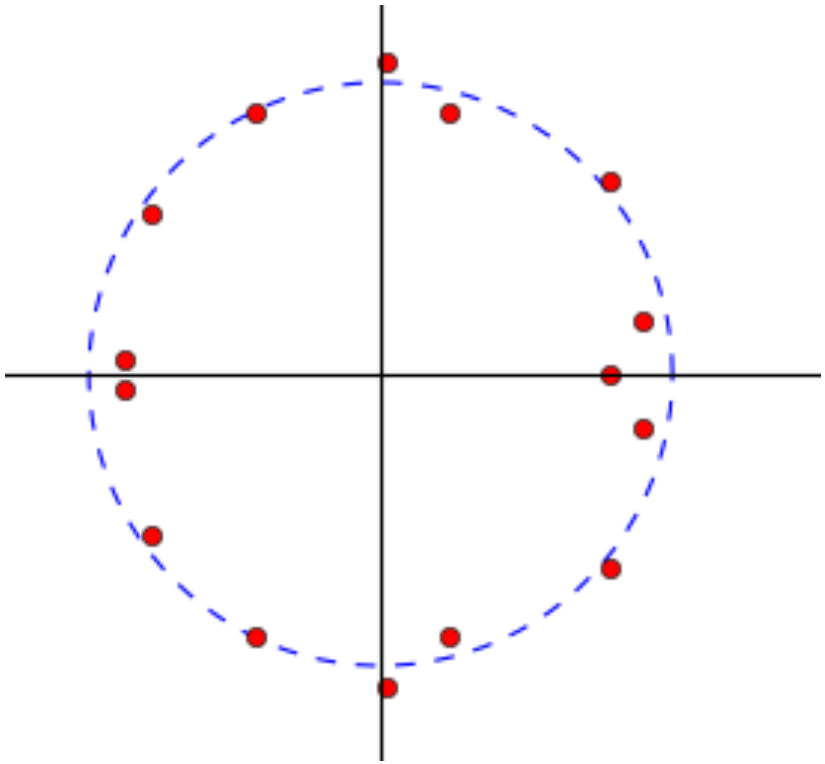
Application, diagonalisation

Afficher p3, ainsi que l'ensemble de ses racines réelles

Application, diagonalisation

Construire un polynome dont les coefficients sont des reels aléatoires

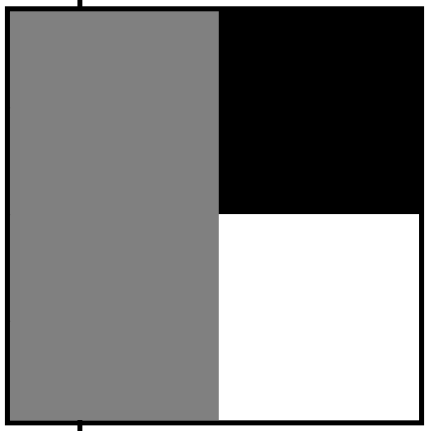
Observez la distribution des racines dans le plan complexe



Affichage matrices/images

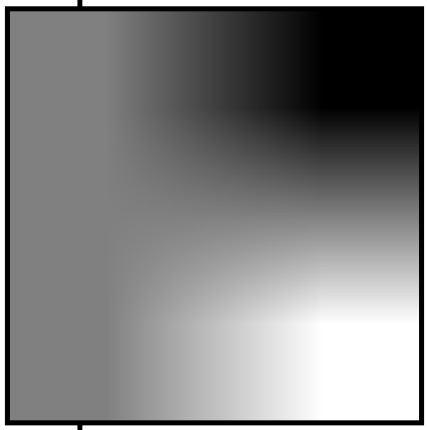
Affichage matrices/images

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

A=np.matrix([[1,0],
             [1,2]])

im=plt.imshow(A)

im.set_cmap('gray')
im.set_interpolation('nearest')
plt.show()
```



Affichage matrices/images

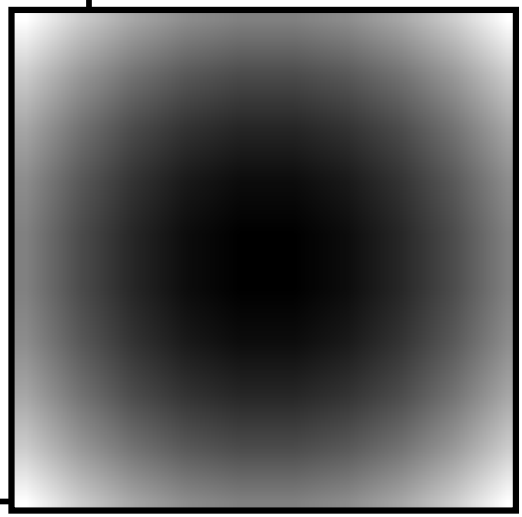
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

A=np.matrix([[1,0],
             [1,2]])

im=plt.imshow(A)

im.set_cmap('gray')
im.set_interpolation('nearest')
plt.show()
```



Affichage fonctions 2D

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

N=10
vx=np.linspace(-1.0,1.0,N)
vy=vx

z=np.zeros([N,N])
for kx,x in enumerate(vx):
  for ky,y in enumerate(vy):
    z[kx,ky]=x**2+y**2

plt.imshow(z)
plt.set_cmap("gray")
plt.show()
```

$$f(x,y) = x^2 + y^2$$



Affichage fonctions 2D

Soit:

$$\begin{cases} f(x,y) = \cos\left(h(x,y-2)\,h(x,y+2)\right) \\ h(x,y) = 2\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$$

Afficher f (utiliser la colormap "hot")

Application: Fractale

La fractale de Mandelbrot est obtenue en itérant la formule suivante:

$$\begin{cases} z_{k+1} = z_k^2 + c \\ z_0 = c \end{cases}$$

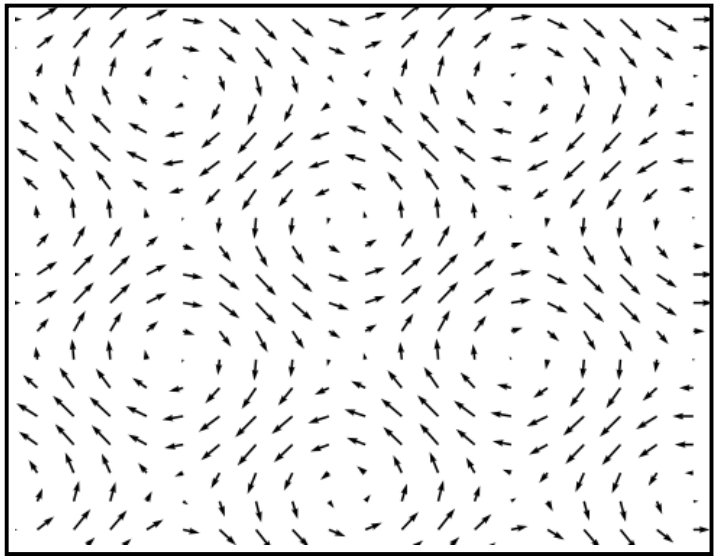
Afficher |z| après N iterations pour $c \in [-2 - j, 2 + j]$

Champs de vecteurs

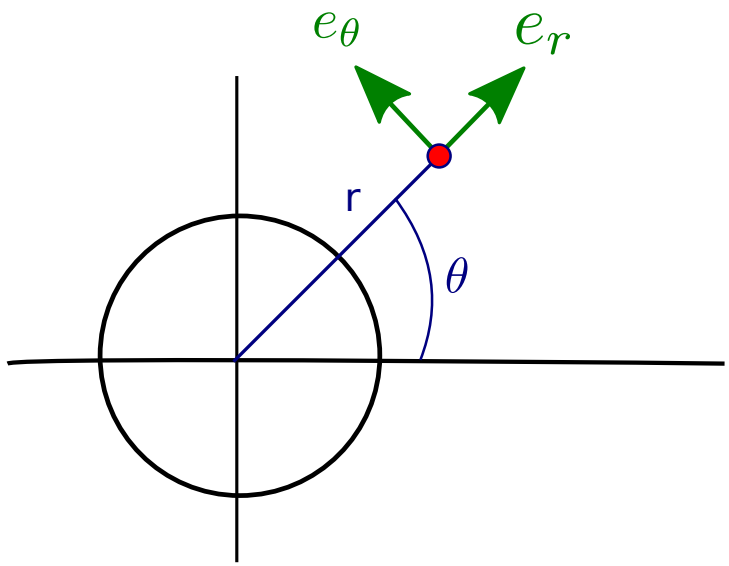
Champs de vecteurs : quiver

$$f : (x, y) \mapsto (\cos(x), \sin(y))$$

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

N=20
u=np.linspace(-1,1,N)

Vx=np.zeros([N,N])
Vy=np.zeros([N,N])
for kx,x in enumerate(u):
  for ky,y in enumerate(u):
    Vx[kx,ky]=np.cos(2*np.pi*x)
    Vy[kx,ky]=np.sin(2*np.pi*y)

plt.quiver(Vx,Vy)
plt.show()
```



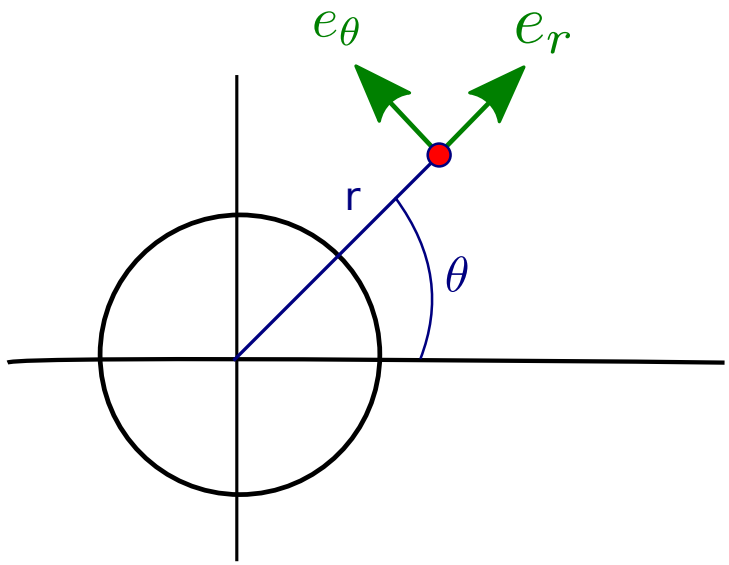
Changement de coordonnées



$$\begin{cases} e_x = \cos(\theta)\, e_r - \sin(\theta)\, e_\theta \\ e_y = \sin(\theta)\, e_r + \cos(\theta)\, e_\theta \end{cases}$$

Afficher e_θ et e_r pour $(x, y) \in [-1, 1]^2$

Changement de coordonnées



$$\begin{cases} e_x = \cos(\theta)\, e_r - \sin(\theta)\, e_\theta \\ e_y = \sin(\theta)\, e_r + \cos(\theta)\, e_\theta \end{cases}$$

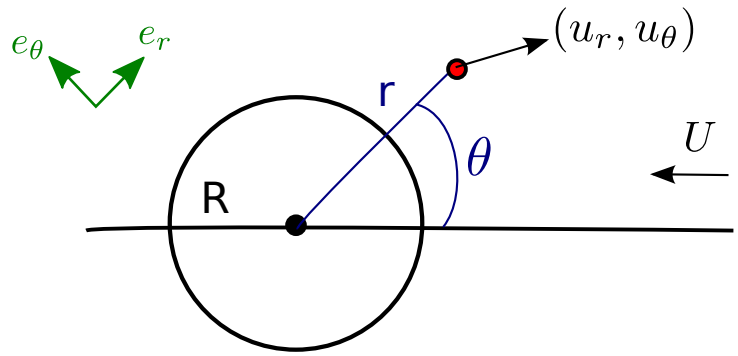
Afficher $\begin{cases} f_r : (r,\theta) \mapsto (1,0) \\ f_\theta : (r,\theta) \mapsto (0,1) \end{cases}$

Application: mécanique des fluides

La vitesse d'un fluide (incompressible, non visqueux) autour d'une sphere de rayon R est donnée par

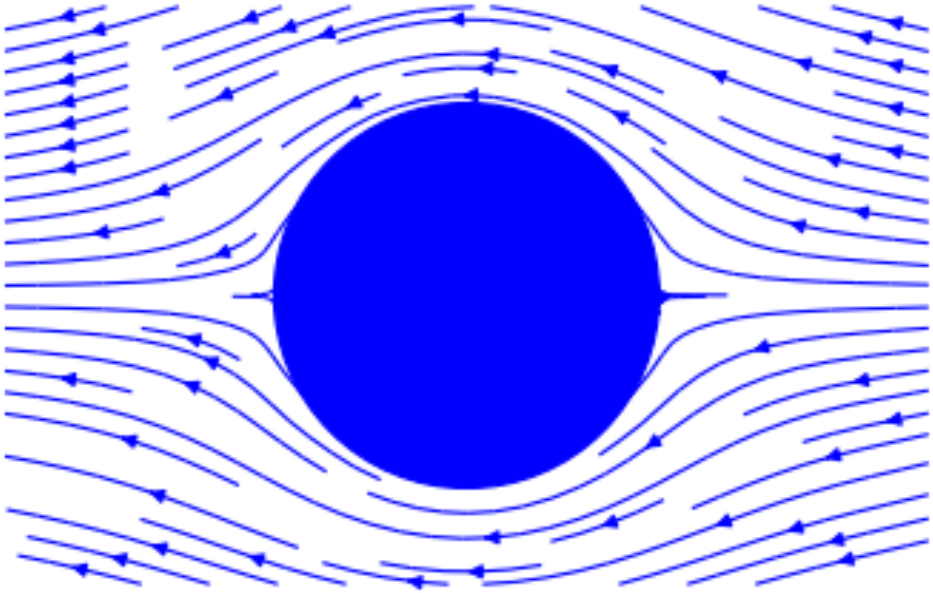
$$\begin{cases} u_r(r,\theta) = -U\ \cos(\theta)\left(1 - \frac{3R}{2r} + \frac{R^3}{2r^3}\right) \\ u_\theta(r,\theta) = \quad U\ \sin(\theta)\left(1 - \frac{3R}{4r} - \frac{R^3}{4r^3}\right) \end{cases}$$

Afficher le champ de vecteur correspondant



Lignes de champs

```
plt.streamplot(xx, yy, Vx, Vy, density=1,  color='b')
```

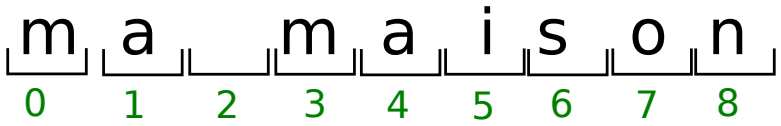


Entrées/sorties
Fichiers

Chaine caracteres

Les chaines de caracteres sont des listes

```
mot="ma maison"

print(mot[0])
print(mot[2:6])
print(mot[::2])

for c in mot:
  print(c)
```



Chaine caracteres

On ne modifie pas une chaine de caractere (immutable)

```
mot="ma maison"

mot[2]="r"
```

'str' object does not support item assignment

Concatenation

+ concatène une chaine avec une autre

```
mot_1="bonjour"
mot_2="a toi"
mot_3="!!"

mot_4=mot_1+mot_2+mot_3
mot_5=mot_1+" "+mot_2+" "+mot_3
mot_6=mot_1+" "+mot_2[2:]+mot_3

print(mot_4)
print(mot_5)
print(mot_6)
```

bonjoura toi!!

bonjour a toi !!

bonjour toi!!

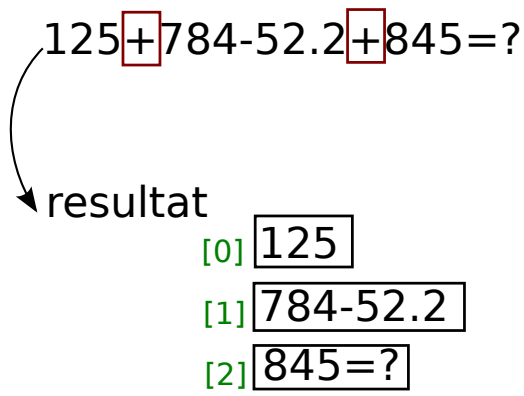
Majuscule, minuscule

```
mot="ma maison"

mot2=mot.replace("maison","demeure")
mot3=mot.upper()
mot4=mot[0].upper()+mot[1:].lower()

print(mot2)
print(mot3)
print(mot4)
```

Séparation

Split sépare en plusieurs entités une chaine à l'aide d'un délimiteur

```
chaine="125+784-52.2+845=?"

resultat=chaine.split("+")

print(resultat[0])
print(resultat[1])
print(resultat[2])
```



Utilisation typique: espace

```
phrase="Maitre Corbeau, sur un arbre perche"

mots=phrase.split(" ")

for k,mot in enumerate(mots):
  print("mot",k," :",mot)
```

```
mot 0 : Maitre
mot 1 : Corbeau,
mot 2 : sur
mot 3 : un
mot 4 : arbre
mot 5 : perche
```

Application: nom/prenom

```
etudiant="jean dumont"

mots=etudiant.split(" ")

prenom=mots[0]
nom=mots[1]

prenom=prenom[0].upper()+prenom[1:].lower()
nom=nom[0].upper()+nom[1:].lower()

print(nom,",",prenom)
```

Dumont , Jean

Liste de mots

```
liste_mots=["maison","chocolat","elephant"]

print(liste_mots[1][2])

for mot in liste_mots:
  print(mot[-1])
```

Application

Construire et afficher une liste de nom/prénoms telle que la liste:

```
etudiant=["jean dumont"
»         ,"FABRICE rene"
»         ,"Antoine GONTRAND"
»         ,"romain SEVERIN"]
```

Soit transformée en:

Dumont	Jean
Gontrand	Antoine
Rene	Fabrice
Severin	Romain

- liste ordonnée dans l'ordre alphabétique du nom
- le nom et le prenom sont séparés
- la première lettre du nom et prénom sont en majuscule (le reste en minuscule)

Conversion nombre/mot

```
a=7
b=12.2

mot_a=str(a)
mot_b=str(b)

mot_c=mot_a+mot_b

c=float(mot_c)

d=c+a
print(d)
```

Conversion en texte

Concaténation de texte

Conversion texte en nombre

Addition de nombre

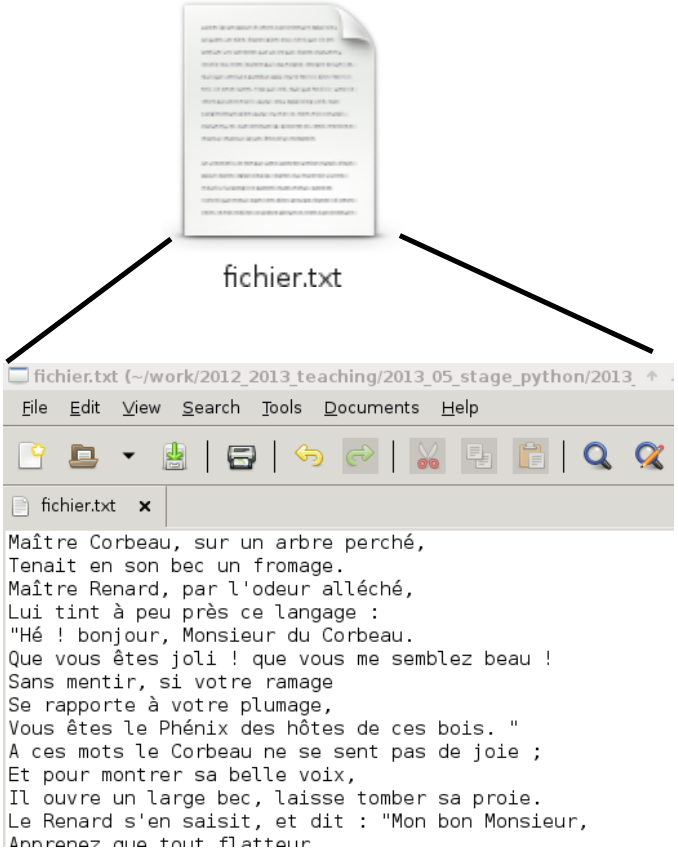
Application:

Extraire les notes de ce texte
Afficher la moyenne correspondante

```
notes="chimie:14.5 physique:9.5 math:8.7"
```

Fichiers

Lecture d'un fichier



Lecture ligne à ligne

```
fichier=open("fichier.txt")

for ligne in fichier:
  print(ligne)

fichier.close()
```

Traitement d'un texte

```
fichier=open("fichier.txt")

for ligne in fichier:
  nouvelle_phrase=ligne.replace("Corbeau","Pelican")
  print(nouvelle_phrase)

fichier.close()
```

Maître Pelican, sur un arbre perché,
Tenait en son bec un fromage.
Maître Renard, par l'odeur alléché,
Lui tint à peu près ce langage :
"Hé ! bonjour, Monsieur du Pelican.
...

Ecriture fichier

write/ecrit
(supprime/créé un fichier vierge)

```
fichier=open("mon_fichier.txt","w")

fichier.write("Bonjour fichier \n")
fichier.write("3+3="+str(3+3))

fichier.close()
```

```
Bonjour fichier
3+3=6
```

Application: Analyse données

Les fichiers disponibles fournissent les températures moyennes de Lyon en fevrier et avril 2011, 2012, et 2013.

Afficher et comparer les courbes de températures

Algorithme:

Pour chacun des fichiers
- **Pour** chaque ligne à l'exception de la premiere
  - Separer les données suivant le symbol "//"
  - Lire la 4ème donnee en tant que nombre
  - Stocker cette valeur dans un vecteur de temperature
- **Afficher** le vecteur de temperature

http://www.meteorologic.net/metar-climato_LFLY.html

Application: Formatage

Soit le fichier suivant:

```
Nom;Prenom;Note Math;Note Physique;Note Chimie
herz;jean;12;4.8;9.9
hill;bejamin;9.5;12;12
amenda;francis;15;14;11
gorgie;andy;12;9.8;8
```

Ecrire le traitement qui viendra écrire le fichier suivant:

```
AMENDA francis 13.33
GORGIE andy 9.93
HERZ jean 8.9
HILL bejamin 11.17
```

Programmes externes

Programmes externes

Le module "os" permet de communiquer
avec le système d'exploitation

os.system(...) appel un programme externe

```
import os

os.system("firefox http://prepas.org/")
```