Synthèse d'images ETI5
Questions de cours
CPE

1 Première forme fondamentale d'un mapping linéaire

On considère une surface de mapping $S : (u, v) \mapsto S(u, v)$. On considère un second mapping S_2 tel que $S_2 : (u, v) \mapsto \mathrm{R}\, S(u, v)$, avec R rotation quelconque de l'espace.

Question 1 *Montrez que la première forme fondamentale est invariante par rotation (et donc indépendante de la base choisie). C'est à dire que* $\mathrm{I}_S = \mathrm{I}_{S_2}$.

Soit T_{ABC} un triangle défini par 3 points de l'espace A, B et C. On appelle $f : (u, v) \mapsto f(u, v)$ le mapping linéaire classique associé au triangle ABC. C'est à dire que $f(0, 0) = A$, $f(1, 0) = B$ et $f(0, 1) = C$.

Question 2
Calculez analytiquement la normale du triangle T_{ABC} *en fonction des coordonnées de* $A = (x_A, y_A, z_A)$, $B = (x_B, y_B, z_B)$ *et* $C = (x_C, y_C, z_C)$.

Question 3 *Calculez la première forme fondamentale* I_S.

Soit $C : t \in [0, 1] \mapsto C(t) = (cos(2\pi t), sin(2\pi t))$ le mapping associé au cercle unitaire du plan 2D.

Question 4 *Montrez que* $f \circ C$ *est une ellipse définie sur le triangle* T_{ABC}.

On rapelle que la première forme fondamentale est liée aux déformations de distances (tenseur métrique).

Question 5 *Que représente la matrice* I_S *géométriquement par rapport à* $f \circ C$ *?*

Question 6 *Retrouvez les conditions nécessaires et suffisantes pour que* f *soit une isométrie à partir de* I_S.

2 Tesselation d'un patch bi-linéaire

On souhaite définir un maillage à l'aide de quadrangles. Les 4 sommets des quadrangles n'étant pas coplanaires, on utilise une description par patchs bilinéaires. C'est à dire que l'on défini un mapping bi-linéaire $q : (u, v) \mapsto q(u, v)$ tel que $q(0, 0) = A$, $q(1, 0) = B$, $q(0, 1) = C$, $q(1, 1) = D$.

Question 7 *Définissez l'expression de* q.

Question 8 *Exprimez la normale au point* $q(u, v)$ *en fonction de* A, B, C *et* D.

Une triangulation possible du patch bi-lineaire pour son affichage consiste à echantionner l'espace (u, v) en (N_u, N_v) échantillons uniformément répartis. La triangulation approximant la surface liée à q étant alors construite en générant les triangles liants les $N_u \times N_v$ échantillons.

Question 9 *Écrire un pseudo-code prenant en entrée 4 points A, B, C, D, 2 valeurs de subdivision (N_u, N_v) et réalisant la triangulation décrite. On stockera en sortie un vecteur de coordonnées, un vecteur de normales et la connectivité de la triangulation.*

3 Structure de données

3.1 Structure contigue

Considérons un maillage stocké par un vecteur de coordonnées et un vecteur de connectivité (structure OFF).

Question 10 *Ecrire en pseudo-code l'algorithme comptant le nombre d'arêtes d'un maillage quelconque à partir de sa connectivité indexée.*

Question 11 *Ecrire en pseudo-code l'algorithme stockant les triangles ayant une arête commune avec un triangle donné.*

3.2 Ajout/suppression de triangles

On souhaite désormais disposer d'un maillage pour lequel on puisse ajouter ou supprimer interactivement des triangles désignés. On considerera que le triangle désigné est connu par un numéro d'index unique.

Question 12 *Quel structure de données vous semble la plus adaptée pour effectuer ce type d'opérations. Quelle est la complexité de la suppression d'un triangle ?*

Question 13 *Écrire le pseudo-code associé à cette suppression*