

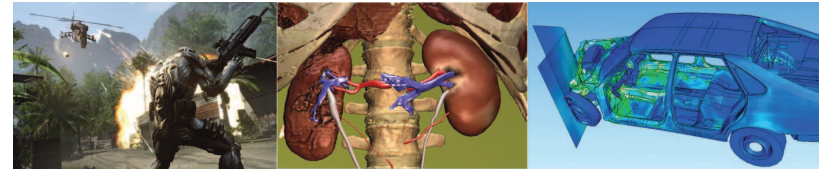
### ETI5 Majeure Image: Modélisation 3D

CPE Lyon  
damien.rohmer@cpe.fr

4 Novembre 2010

- Loisir, Graphique (Entertainment) : Cinéma, Jeux vidéos, Communication, ...
- Calcul : Engineering, médical, ...
- CAO (CAD) : Conception, prototypage, ...

Interactions entre les domaines !



© Crysis, Sofa

Modélisation 3D

## Modélisation : But du cours

- Comment modélise t'on un objet 3D, inventaire ?
- Quel modèle pour quelle application ?

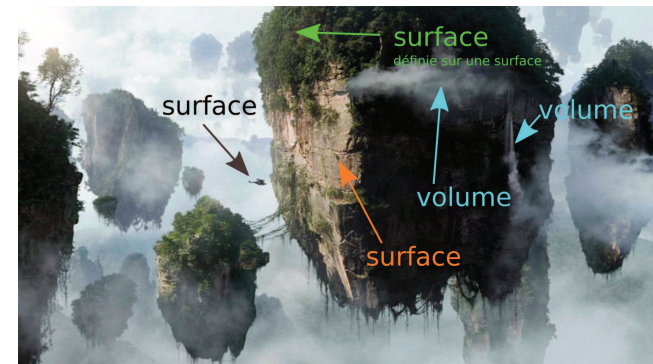


Modélisation 3D

Modélisation 3D

## Modélisation

- Comment modéliser un objet 3D ?
  - 1 Surface uniquement ou volume ?
  - 2 Comment l'encode t'on ?



© Avatar

Modélisation 3D

Quels sont les objets virtuels ?



©Day After Tomorrow, ©Lord of the Rings, ©Titanic

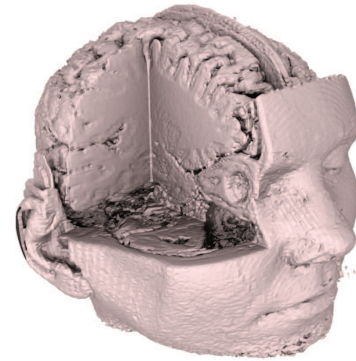
Modélisation 3D

## Représentation de surfaces

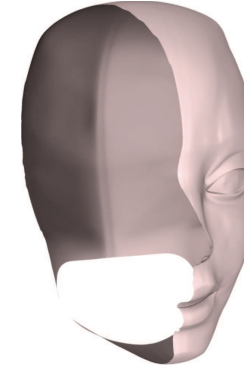
- Explicite
  - BRep : Boundary Representation
    - Maillage
    - Paramétrique
    - Subdivision
  - CSG : Constructive Solide Geometry
- Implicite
  - Voxels
  - Paramétrique
    - Squelettes
    - Analytiques
  - Points-sets
    - MLS
    - Surfels
- Fractales

Modélisation 3D

■ Modélisation volumique



■ Modélisation surfacique



Modélisation 3D

## Modélisation Plan

**Explicite  
BREP**

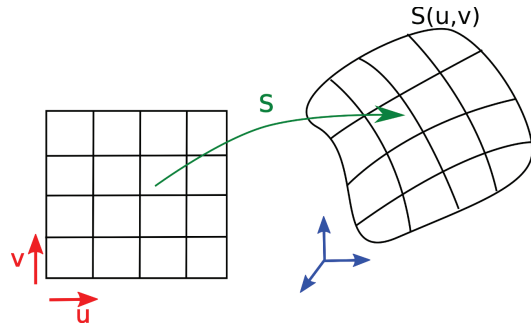
- ⇒ Maillage
- . Paramétrique
- . Subdivision

Modélisation 3D

## BRep

- Explicitement  $\simeq$  paramétriquement :

$$S: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S(u, v) = (S_x(u, v), S_y(u, v), S_z(u, v)) \end{cases}$$

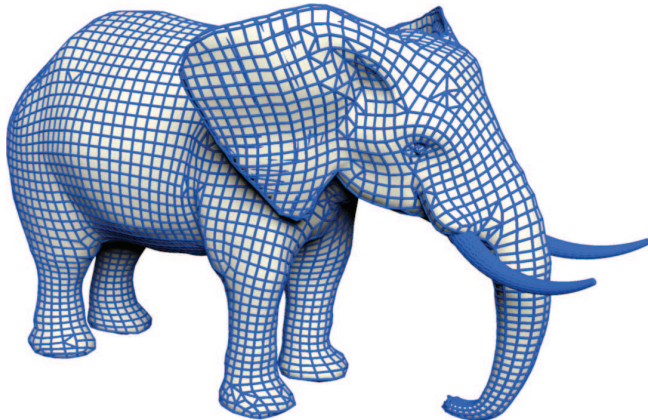


- $S = \text{mapping} \neq \text{Surface } \Gamma = \text{trace de } S \text{ dans } \mathbb{R}^3$
- Brep  $\simeq$  Estimation de  $S$ .

Modélisation 3D

## Maillage

- Cas spéciale : Un maillage peut contenir des polygones de  $N$  sommets ( $N \geq 3$ ).
- Véritable polygone :  $N$  sommets coplanaires. Sinon on triangule.



Modélisation 3D

## Maillage (triangulaire)

- Maillage triangulaire = BRep le plus simple.
- On ne connaît pas  $S$  : On l'estime localement de manière discrète

$$S = \bigcup_i S_i$$

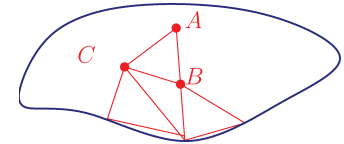
- Mapping le plus simple : Linéaire

$$S_i: \begin{cases} \mathcal{D} \subset \mathbb{R}^2 & \rightarrow \mathbb{R}^3 \\ (u, v) & \mapsto S_i(u, v) = u\vec{AB} + v\vec{AC} \end{cases}$$

$$\mathcal{D}: 0 \leq u + v \leq 1$$

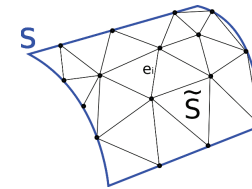
Propriétés :

- $S$  est globalement  $\mathcal{C}^0$ .
- $S$  n'est jamais  $\mathcal{C}^1$  (sauf plan).
- Peut interpoler n'importe quel ensemble discret de points.



Modélisation 3D

## Maillage : Approximation



- $S$  : Vraie surface différentiable.
- $\mathcal{T}_S$  : Surface triangulée

$$\|S - \mathcal{T}_S\| = h|\kappa_{\max}| \quad (\simeq h\|S''\|)$$

Approximation linéaire (ordre 1).

- $h = K \max_i e_i$ .

$$\Rightarrow \|S - \mathcal{T}_S\| = \mathcal{O}\left(\max_i e_i |\kappa_{\max}|\right)$$

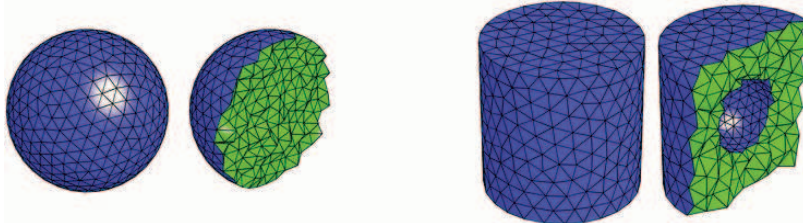
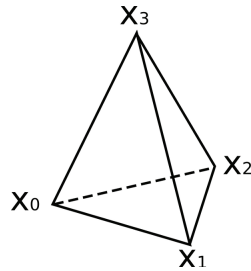
Modélisation 3D

## Maillage (Volume)

- Pour un volume :  
élément linéaire = tétraèdre

$$\mathbf{x} = u\mathbf{x}_0 + v\mathbf{x}_1 + w\mathbf{x}_2 + z\mathbf{x}_3$$

$$0 < u + v + w + z < 1$$



Modélisation 3D

## Modélisation Plan

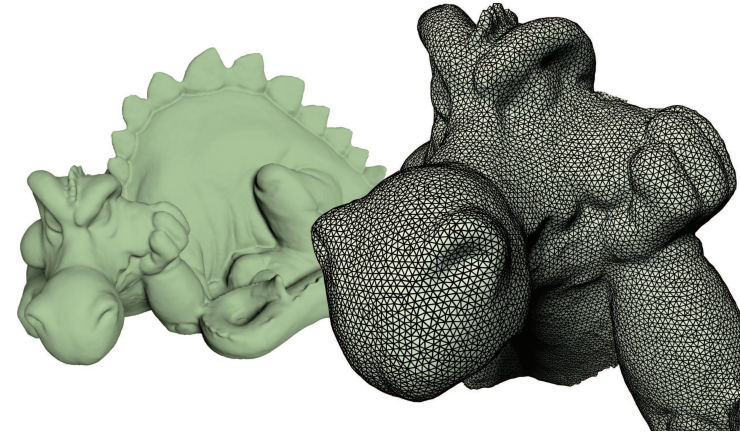
### Explicite BREP

- . Maillage
- ⇒ Paramétrique
- . Subdivision

Modélisation 3D

## Maillage, conclusion

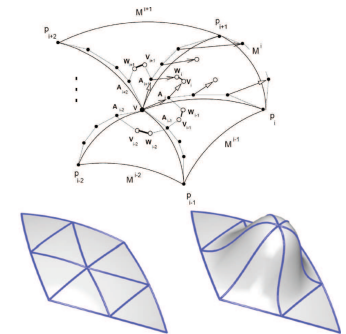
- + Le plus simple
- + Le plus polyvalent
- + Le plus répandu
- + Rendu
- La moins bonne approximation



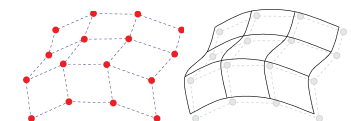
Modélisation 3D

## Paramétrique

- Paramétrique = Ordre > 1
- Idée 1
  - Information de dérivées (triangles courbes)
  - Problème : Information non disponible.
  - ⇒ Peu utilisé.
- Idée 2
  - Ajouter des sommets (patches non triangulaires)
  - Problème : Structure des patches.
  - Cas classique : Patches rectangulaires  $uv$ .
  - ⇒ Très utilisé.



[Yvart, Hahmann 01-04]



Modélisation 3D

## Paramétrique : Patch Splines

- Patch (4 x 4), fonctions bi-cubiques.
- ⇒ Surface paramétrique  $C^2$  : Courbure continue.

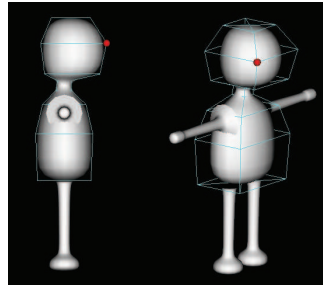
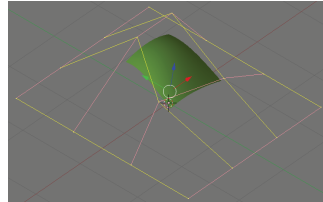
$$S(u, v) = \sum_{i=0}^2 \sum_{j=0}^2 b_i(u) b_j(v) P_{ij}$$

(surface produit tensoriel)

Cas particulier (vecteur de noeud uniforme)

$$S(u, v) = (u^3 u^2 u 1) M [P_{ij}] M^T (v^3 v^2 v 1)^T$$

$$M = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} -1 & 3 & -3 & 1 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$



Modélisation 3D

## Modélisation Plan

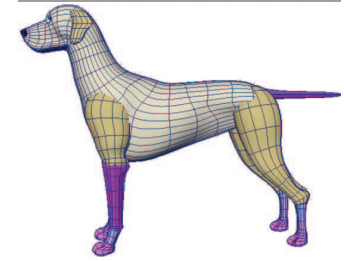
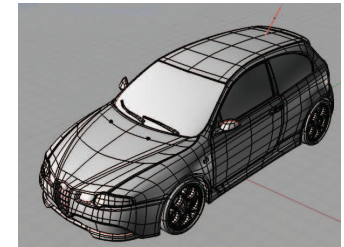
### Explicite BREP

- . Maillage
- . Paramétrique
- ⇒ Subdivision

Modélisation 3D

## Paramétrique, conclusion

- + Surface lisse (CAO).
- Structure par patches
  - modélisation manuelle
  - technique
  - jonctions



Modélisation 3D

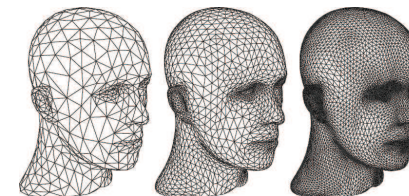
## Surface de subdivisions

- ⇒ Réponse au problème :
  - + Surface lisse
  - + controle local
  - + structure quelconque.

- Courbes de subdivisions (principe : mask 1D)

$$\begin{matrix} \text{L} & \text{U} & \text{U} & \text{U} & \text{U} \end{matrix} \quad \begin{pmatrix} x_n^{2k} \\ x_n^{2k+1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3/4 & 1/4 \\ 1/4 & 3/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{n-1}^k \\ x_{n-1}^{k+1} \end{pmatrix}$$

- Généralisation pour des maillages (principe : mask 2D)



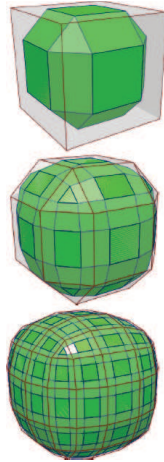
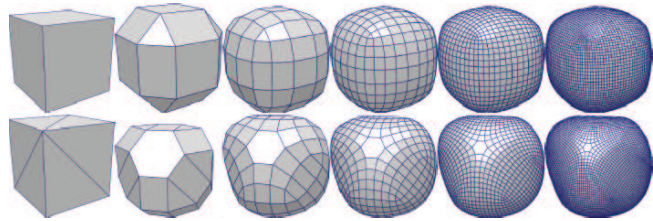
[Zorin, Schroeder, SIGGRAPH Course Notes 99]

Modélisation 3D

## Surface de subdivisions

- étape 0 : Polygone de contrôle  $P^0$ .
- étape 1 : Subdivision  $P^0 = P^1$ .
- ⋮
- étape  $i$  : Subdivision  $P^{i-1} = P^i$ .
- ⋮

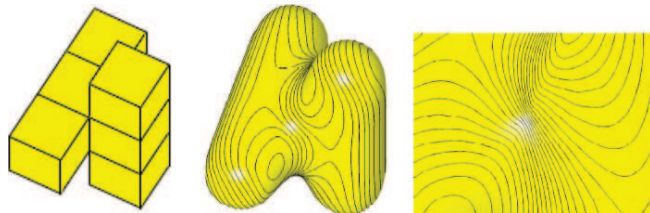
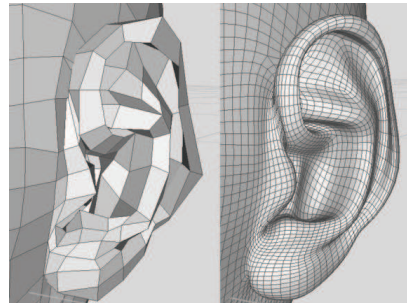
Surface finale  $S = \lim_{i \rightarrow \infty} P^i$ .  
Il est possible d'avoir  $S \mathcal{C}^2$  presque partout.



Modélisation 3D

## Surface de subdivisions : Conclusion

- + Structure quelconque.
- + Maillage lisse.
- Vraie surface inaccessible.
- Contrôle de l'aspect.
- Sommets extraordinaires.



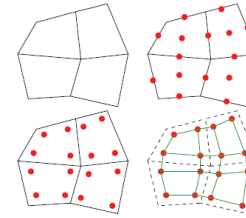
[Levin, SIGGRAPH 06]

Modélisation 3D

## Surface de subdivisions

### ■ Schémas de subdivisions :

- **Loop** : triangles,  $\mathcal{C}^2$  pp, approximation.
- **Catmull Clark** : quads,  $\mathcal{C}^2$  pp, approximation.
- **Doo-Sabin** (corner cutting) : quads,  $\mathcal{C}^2$  pp, approximation.
- **Butterfly** : triangles,  $\mathcal{C}^1$  pp, interpolation.
- **$\sqrt{3}$ -Kobbelt** : triangles,  $\mathcal{C}^2$  pp, approximation.

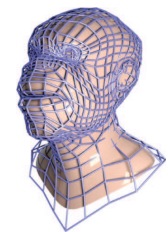
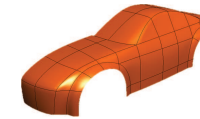
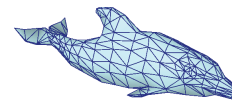


© Pixar, Geri's Game

D. Zorin, P. Schroder. **Subdivision for Modeling and Animation**. ACM SIGGRAPH Course Notes. 1999.

Modélisation 3D

## Brep : Comparaison



### Maillage

- + Simple
  - + Générique
  - + génération automatique
  - Non derivabilité
  - Mauvaise approximation
  - Manipulation
- ⇒ Graphique, Calcul.  
Maya, 3DStudio, Blender, ...

### Paramétrique

- + Continuité
  - + Informations de la paramétrisation
  - Technique (modèle mathématique)
  - Structure patches
  - Génération manuelle nécessaire
- ⇒ CAD, (Graphique).  
Rhino, Catia, ...

### Subdivision

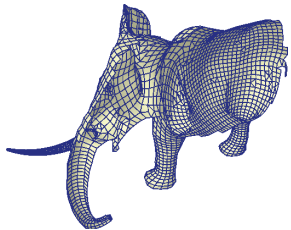
- + Apparence lisse
  - +/- Pas de patches, sommets extraordinaires
  - Pas/peu infos sur surface subdivisée
- ⇒ Graphique, (CAD).

Modélisation 3D

## Explicite CSG

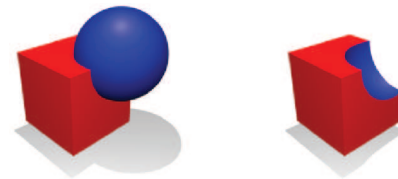
Modélisation 3D

### Brep vs CSG



#### Brep

- + Modéliser objets complexes
  - Approximation
  - Surface uniquement
  - Dependance à la discretisation
- ⇒ Surfaces quelconques discrètes : Graphique, Calcul et CAO.



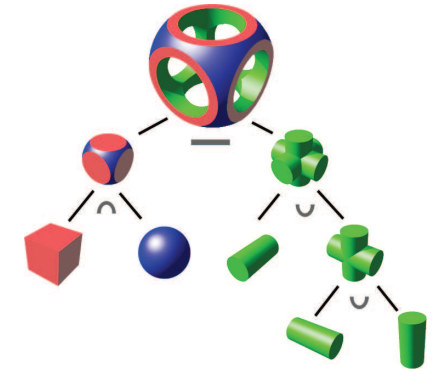
#### CSG

- + Exacte
  - + Méthode constructive
  - Possibilitée limitées
  - Lourd pour objets complexes
  - Construction non unique
- ⇒ Objets *simples* exactes : CAO.

Modélisation 3D

- CGS = Assemblage de primitives par opérations Booléennes.

- Solide : intérieur/extérieur.
- Modéliser une chaîne d'assemblage
  - ⇒ CAO : Solid Works, AutoCAD, Catia, (PovRay), ...



Modélisation 3D

### Modélisation Plan

## Implicite

Modélisation 3D

## Implicite

- Problème : Modification de topologie.
- ⇒ Représentation implicite.

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid \phi(x, y, z) = a\} = \phi^{-1}(a)$$

Rappel :

- Soit  $\mathbf{x}_0 = S(u, v)$ . Normale  $n(u_0, v_0) = \nabla\phi(\mathbf{x}_0)$ .

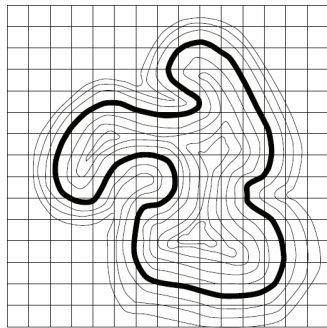


[Thuereu, Wojtan, Gross, Turk, SIGGRAPH 2010]

Modélisation 3D

## Implicite

Comment encode t'on le potentiel ?



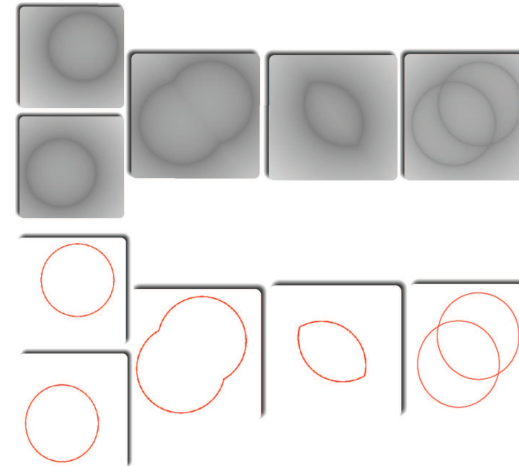
[Sethian]

Modélisation 3D

## Implicite

Ex. Fonction de distance :

- Opérateurs de mélange (blending).



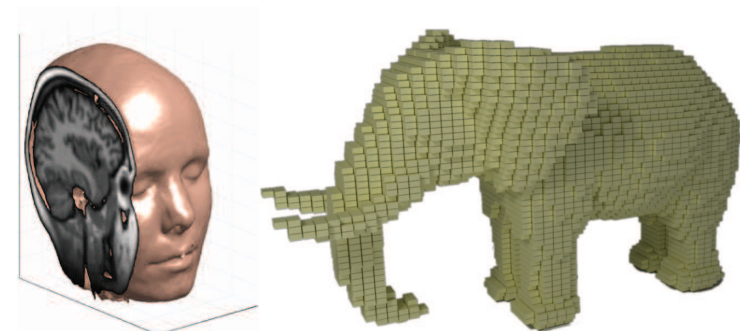
Povray

Modélisation 3D

## Implicite : Voxels

- On discrétise l'espace en voxels.
- On stocke dans une grille  $\phi(k_0, k_1, k_2)$ .
- Accès par interpolation (linéaire, spline, ...)
  - + Général
  - Mémoire (ex.  $1024^3$  voxels : 8Go)

Imagerie scanner 3D (médical, mécanique, ...)



© Matlab

Modélisation 3D

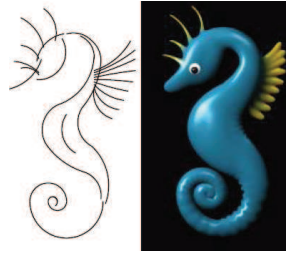


## Implicite : Paramétrique

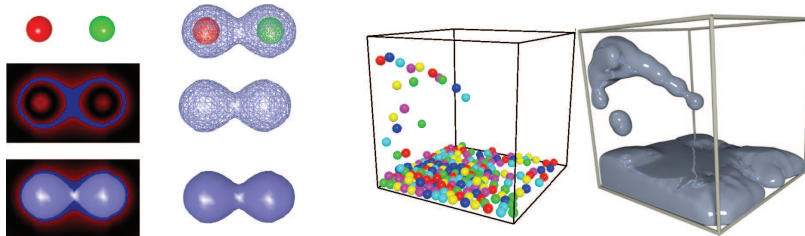
### ■ Squelettes

- Blobs  $\phi_i = e^{-a\|x-x_i\|^2}$
- Metaballs  $\phi_i = \sum_k a_k \|x - x_i\|^k$
- Convolution  $\phi_i = \int \omega(y) h(\|x - y\|) dy$

Contrôle directe, méthode manuelle  
⇒ Graphique.



[Sherstyuk, 98-99]

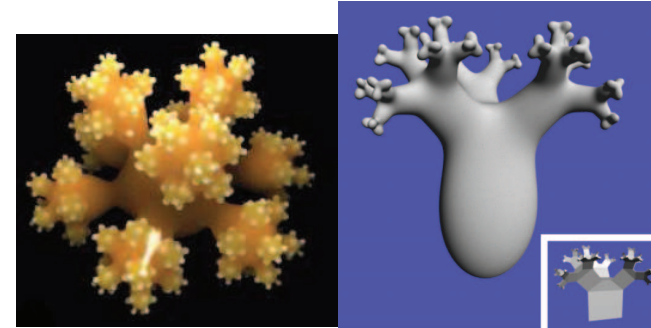


## Implicite : Paramétriques

### ■ Analytique

- Splines
- RBF

Nécessite une minimisation, pas de contrôle direct ⇒ Médical.



[Sherstyuk, 98]

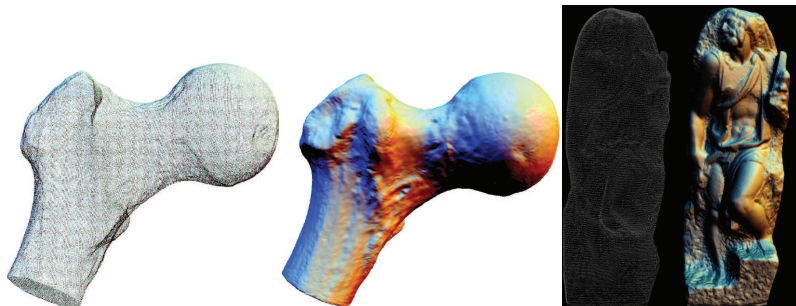
[Turk, O'Brien, SIGGRAPH 02]

Modélisation 3D

Modélisation 3D

## Implicite : Point-sets

**Point-sets** = On ne traite en entrée que des positions discrètes de l'espace  $p_i$  (et des normales).  
⇒ Données scanners.



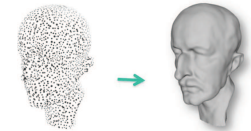
[Boubekeur]

## Implicite : Point-sets

Moving Least Squares (MLS) :

- But : Trouver  $f$  fonction lisse tel que

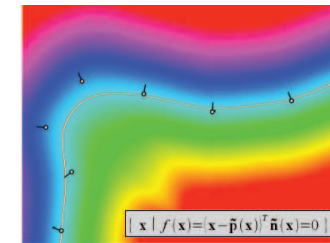
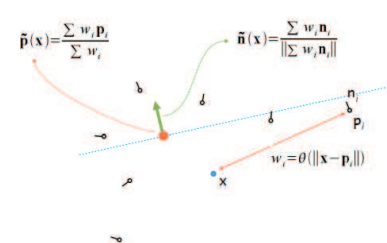
$$f = \operatorname{argmin} \left( \sum_i \psi(\|p_i - x\|) (f(p_i) - f(x))^2 \right)$$



[Gross]

- + Fonctions lisses approximantes
- Minimisation

Application : Données bruitées.



[Alexa]

Modélisation 3D

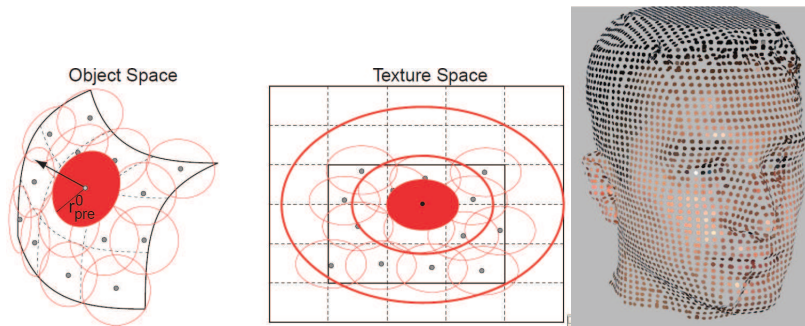
Modélisation 3D

## Implicite : Point-sets

### Surfels

- But : Afficher une surface continue à partir de morceaux simples
- + Affichage rapide
- Pas de surface sous-jacente

Application : Grande masse de données.



[Pfister, Zwicker, van Baar, Gross, SIGGRAPH 00]

[Zwicker]

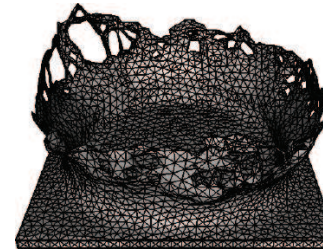
Modélisation 3D

## Implicite vs Explicite

- + Topologie arbitraire
- + Mélange de formes
- Manipulation
- Cout en mémoire
- Rendu + cout en temps
- Détails



Hornus, Angelidis, Cani, Vis. Comp. 03



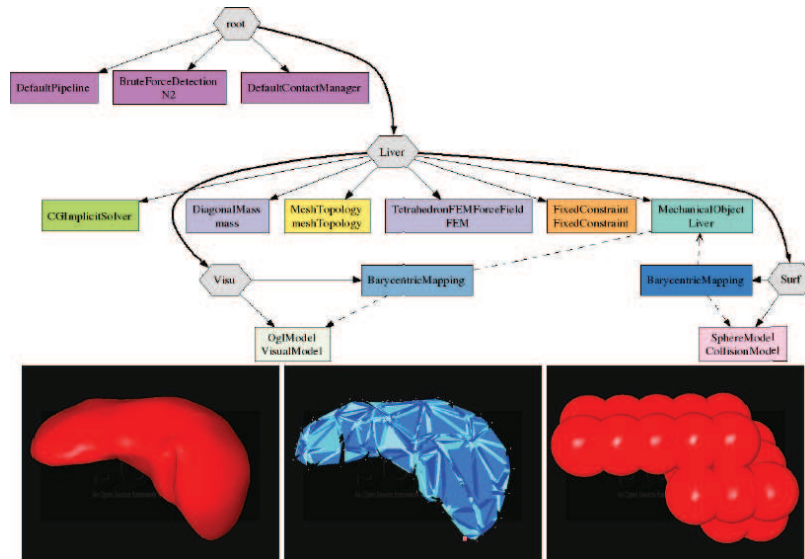
[Broshu, Batty, Bridson, SCA 09]



[Ohtake, Belyaev, Alexa, Turk, Seidel, SIGGRAPH 03]

Modélisation 3D

## Interactions



SOFA, INRIA

Modélisation 3D

## Modélisation Plan

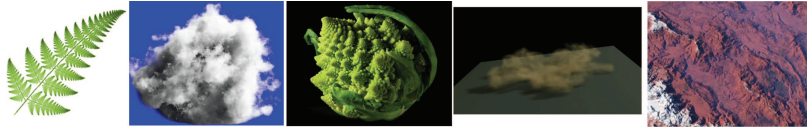
## Fractales

Modélisation 3D

## Fractales

- Principe : Déformations récursives convergeant vers un objet complexe.
- Utilité : Modélisation d'**objet complexes** à partir de **règles simples** et peu nombreuses.

Application : Graphique (modélisation procédurale).

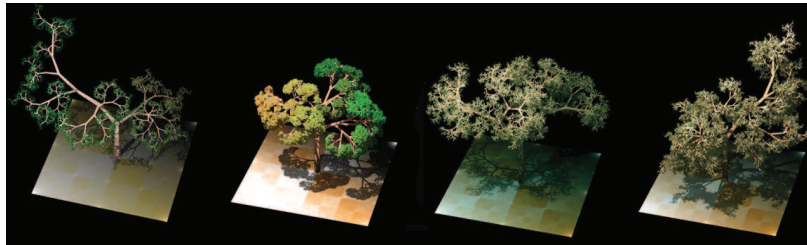
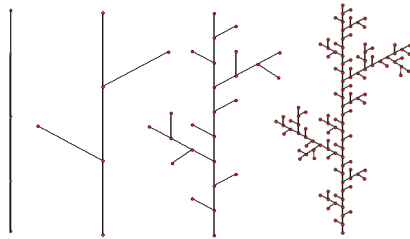


Modélisation 3D

## Fractales

ex. L-System.

Grammaire :  
 $F[+F]F[-F]F, \theta = 60^\circ$



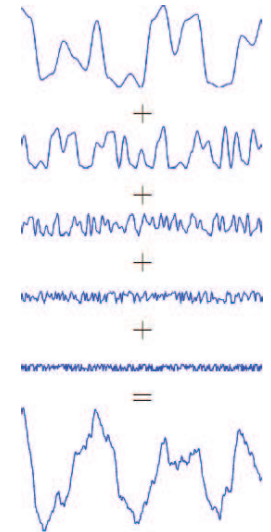
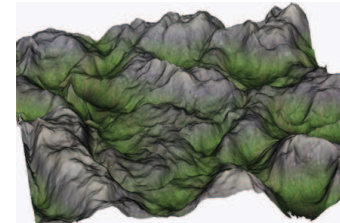
Modélisation 3D

## Fractales

ex. Bruit de Perlin.

$$f(x) = \sum_{k=0}^N \frac{f(a^k x)}{b_k}$$

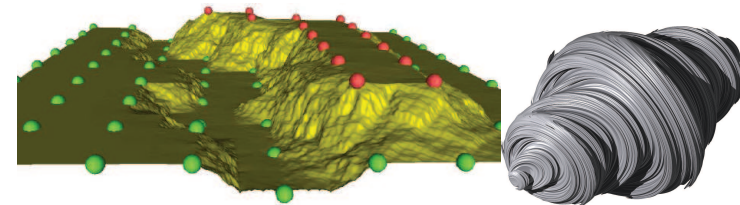
- N : octaves
- a : fréquence
- 1/b : persistance



Modélisation 3D

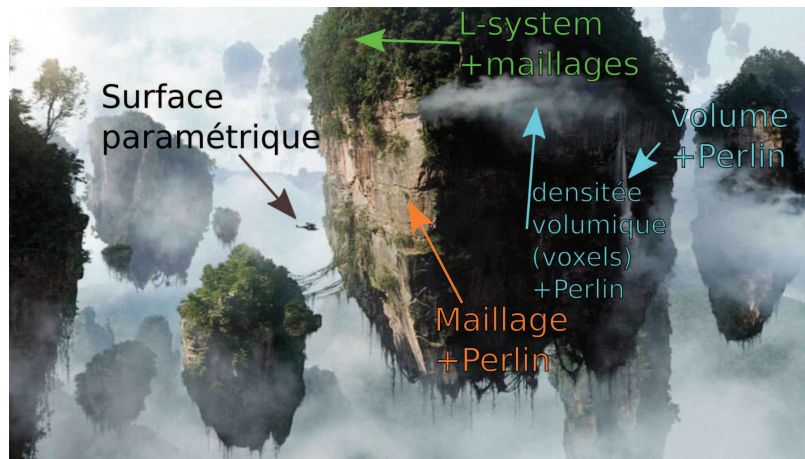
## Fractales : Conclusion

- + Objets complexes à partir de règles simples
- + Aspect naturel
- Contrôle



[Hnadi, Guérin, Akkouche, Fractals 10]

Modélisation 3D



© Avatar