

Déformations interactives de maillages

Application à l'animation de personnages

CPE Lyon
damien.rohmer@imag.fr

Decembre 2009

1 Surface

■ Modélisation

- Choix de modélisation - Explicite/Implicite
- Discrétisation - Triangulation

■ Maillage

- Enregistrement - Chargement : Cas du off
- Structure de données

2 Déformation

■ Transformation classiques

- Objectif de la déformation - Physique / non physique
- Transformations matricielles

■ Skinning

- Skinning rigide
- Skinning lisse
- Limitation et amélioration possibles

Surfaces

1 Surface

■ Modélisation

- Choix de modélisation - Explicite/Implicite
- Discrétisation - Triangulation

■ Maillage

- Enregistrement - Chargement : Cas du off
- Structure de données

2 Déformation

■ Transformation classiques

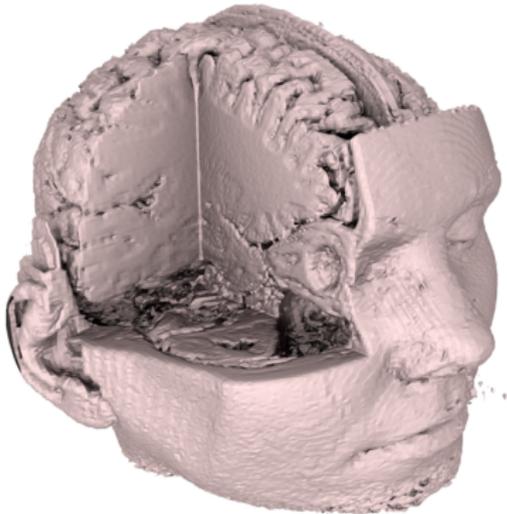
- Objectif de la déformation - Physique / non physique
- Transformations matricielles

■ Skinning

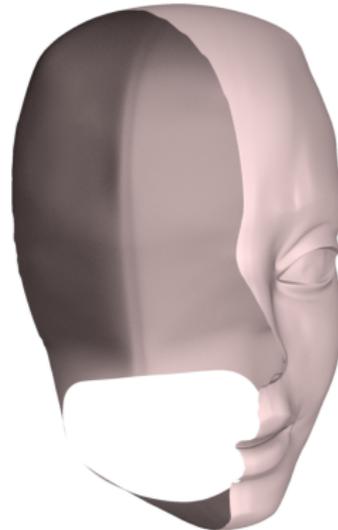
- Skinning rigide
- Skinning lisse
- Limitation et amélioration possibles

Modélisation d'un objet 3D

■ Modélisation volumique



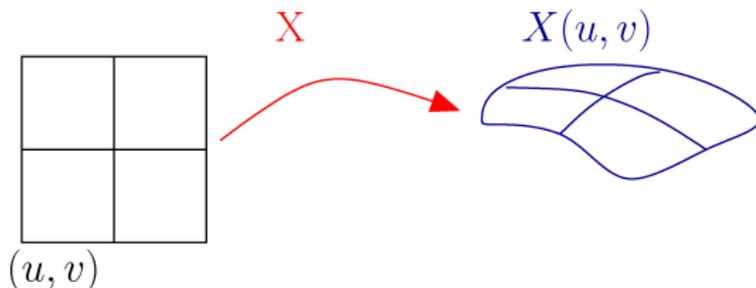
■ Modélisation surfacique



Surfaces

2 Façons de définir une surface mathématiquement

- Explicitement = paramétriquement :
 $X : (u, v) \mapsto X(u, v)$ = On définit une transformation.
 - ⊕ **Presque** Parfait quand on connaît cette transformation
- Implicitement : $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tels que $F(x, y, z) = a$.
 - ⊖ On maîtrise mal la surface sous-jacente



Discrétisation

Cas des surfaces implicites

On remplit l'espace de voxels à l'intérieur de l'objet.

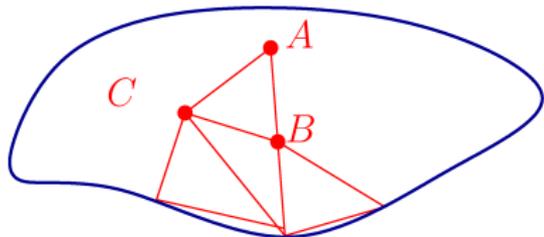
- ⊕ Adapté aux objets volumiques : applications médicales
- ⊖ Cout mémoire énorme.
- ⊖ Visualisation longue et laide.
- ⊖ Information de voisinage à construire (pas de textures)



Discrétisation

Cas des surfaces explicites

- On ne définit que la surface d'intérêt $X(u, v)$.
- Ne connaissant pas X globalement, on l'estime localement : morceaux par morceaux.
- Cas le plus simple :
 - On prend X linéaire
 - On définit une surface C^0 morceaux par morceaux.

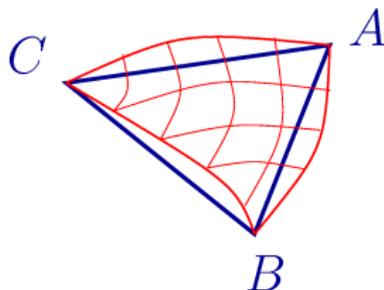


$$X_i(u, v) = u\vec{AB} + v\vec{AC}$$
$$0 \leq u + v \leq 1$$

⇒ Interpolation

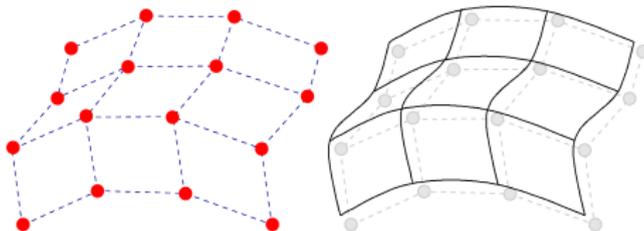
Triangulation

- Pour définir un plan :
3 points = triangle.
- Échantillonnage de la surface
 $X(u_i, v_i)$.
- Triangulation = approximation de X
au premier ordre.
 - ⊕ On peut construire n'importe quelle surface.
 - ⊕ Visualisation optimisée pour cartes graphiques.
 - ⊕ Pas d'utilisation mémoire pour le volume.
 - ⊕ Définition surfacique
⇒ Interpolation ⇒ Texture
 - ⊖ Approximation ordre 1.



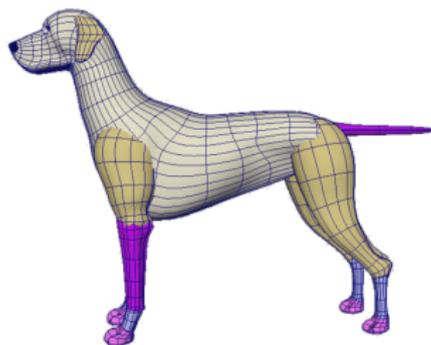
Ordre supérieur

- Ordre supérieur = Meilleure approximation.
- Courbes plus lisses (G^2 : courbure continue).
 - Surfaces Splines - NURBS - ...
 - Patch (4 x 4) \Rightarrow bi-cubique.



⊖ Contraintes trop importantes pour construire les patches pour des surfaces quelconques.

- Plutôt utilisé en CAO



1 Surface

■ Modélisation

- Choix de modélisation - Explicite/Implicite
- Discrétisation - Triangulation

■ Maillage

- Enregistrement - Chargement : Cas du off
- Structure de données

2 Déformation

■ Transformation classiques

- Objectif de la déformation - Physique / non physique
- Transformations matricielles

■ Skinning

- Skinning rigide
- Skinning lisse
- Limitation et amélioration possibles

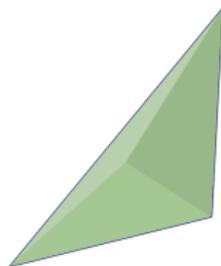
Maillage

Structure de données :

- *Ex. Représenter un tétraèdre :*

Idée 1 :

```
(0.0,0.0,0.0) , (1.0,0.0,0.0) , (0.0,0.0,1.0)
(0.0,0.0,0.0) , (0.0,0.0,1.0) , (0.0,1.0,0.0)
(0.0,0.0,0.0) , (0.0,1.0,0.0) , (1.0,0.0,0.0)
(0.0,1.0,0.0) , (0.0,0.0,1.0) , (1.0,0.0,0.0)
```



Il y a mieux :

coordonnees :

```
(0,0,0) , (1,0,0) , (0,1,0) , (0,0,1)
```

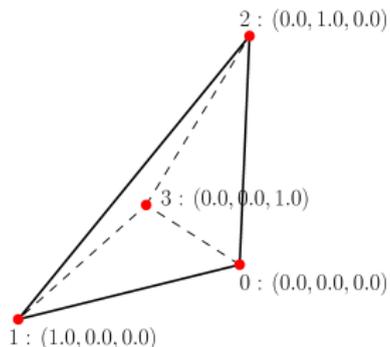
Connectivite

```
(0,1,3)
```

```
(0,3,2)
```

```
(0,2,1)
```

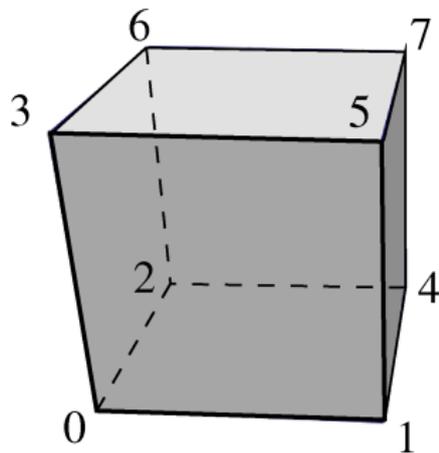
```
(1,2,3)
```



Format off

Exemple de format d'échange. Format off.

```
OFF
8 6 12
0 0 0
1 0 0
0 1 0
0 0 1
1 1 0
1 0 1
0 1 1
1 1 1
4 0 1 4 2
4 1 5 7 4
4 3 6 7 5
4 2 6 3 0
4 2 4 7 6
4 0 3 5 1
```



Lecture fichier

```
while(k_vertex<N_vertex)
{
    fscanf(fid,"%f %f %f",X,X+1,X+2);
    add_vertex(X[0],X[1],X[2]);
    k_vertex++;
}
for(k_poly=0;k_poly<N_poly;k_poly++)
{
    fscanf(fid,"%d",&size_poly);
    std::vector v_poly;
    for(k=0;k<size_poly;k++)
    {
        fscanf(fid,"%d",&temp);
        v_poly.push_back(temp);
    }
    add_polygon(v_poly);
}
```

Structure de données

- Vecteurs contigus dans la mémoire : Affichage rapide en OpenGL.

```
// (x0, y0, z0, x1, y1, z1, ...)
std::vector <double> vertex

// (i00, i01, i02, i10, i11, i12, ...)
std::vector <int> connectivity

std::vector <double> normal, color, texture ...
```

- Accès à la coordonnée y du sommet k .
`vertex[3*k+1]`
- Accès à la coordonnée y du sommet $s(1,2 \text{ ou } 3)$ du triangle t .
`vertex[3*connectivity[3*t+s]+1]`

Structure de données : Voisinage

- **1-Voisinage** = Sommets voisins d'un sommet donné

```
std::vector <std::vector <int>> one_ring  
  
// exemple pour le cube:  
one_ring[0] = [1,2,3]  
one_ring[1] = [5,4,0]  
...
```

- Triangles voisins d'un autre
- Triangles voisins d'un point (calcul des normales !)

! Attention aux structures de données.

Compromis entre : temps accès / temps recherche / espace
memoire / facilité ...

Normale d'un maillage

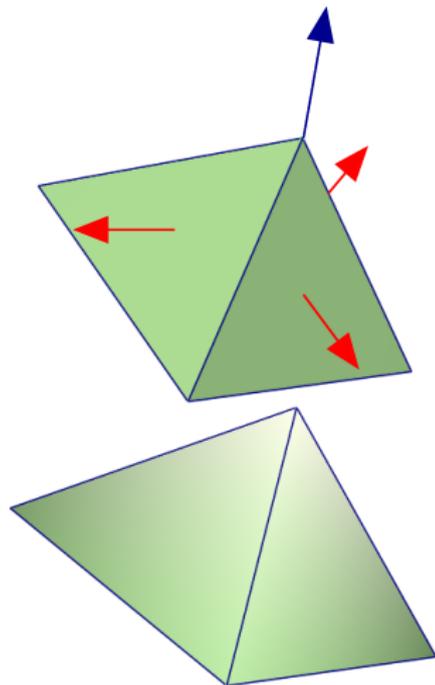
- Aspect lisse
⇒ 1 normale par sommet.
- Moyenne de normales (faux mais répandue)

$$\mathbf{n}_k = \frac{\sum_{i \in \mathcal{V}(k)} \mathbf{n}_i}{\left\| \sum_{i \in \mathcal{V}(k)} \mathbf{n}_i \right\|}$$

k : indice sommet

i : indice face

$\mathcal{V}(k)$: faces voisines du sommet k



Affichage en OpenGL

Version lente

```
glBegin(GL_TRIANGLES);  
for(k_tri=0;k_tri<N_tri;k_tri++)  
  for(k_vertex=0;k_vertex<3;k_vertex++)  
  {  
    for(k_dim=0;k_dim<3;k_dim++)  
    {  
      x[k_dim] = vertex[3*connectivity  
                    [3*k_tri+k_vertex]+k_dim];  
      n[k_dim] = normal[3*connectivity  
                    [3*k_tri+k_vertex]+k_dim];  
    }  
    glNormal3d(n[0],n[1],n[2]);  
    glVertex3d(x[0],x[1],x[2]);  
  }  
glEnd();
```

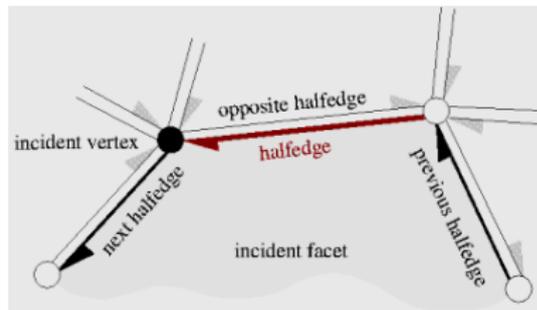
Affichage en OpenGL

Version Rapide

```
glEnableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);  
glVertexPointer(3, GL_DOUBLE, 0, &vertex[0]);  
  
glEnableClientState(GL_NORMAL_ARRAY);  
glNormalPointer(GL_DOUBLE, 0, &normal[0]);  
  
glDrawElements(GL_TRIANGLES, 3*N_tri,  
              GL_UNSIGNED_INT, &connectivity[0]);  
  
glDisableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);  
glDisableClientState(GL_NORMAL_ARRAY);
```

Structure de données

- Limitation : Vecteur contigus en mémoire
 - ⊖ Ajout/suppression en $O(N)$
- Limitation : Tableau d'index
 - ⊖ Information de voisinage indirecte
- Autres représentation (géométrie)
 - ⇒ Structure en demi-arête (half-edge structure)



- ⊖ Non contigue, codage fastidieux (il existe des librairies)

Structure de données : Résumé

- Choisir avec soin la structure qui convient le mieux pour l'application.

- Tableaux d'indices (contigues) :
 - ⊕ Simple et général
 - ⊕ Si contigue :
 - Accès/Affichage rapide
 - ⊖ Voisinage non direct (choix de structures)
 - ⊖ Ajout/Suppression lent (MAJ voisinage)

- Halfedge Structure (ou autre)
 - ⊕ Ajout/Suppression rapide
 - ⊕ Information de voisinage directement encodée
 - ⊖ Technique
 - ⊖ Accès et affichage moins rapide
 - ⊖ Limité aux variétés

Déformation

1 Surface

- Modélisation
 - Choix de modélisation - Explicite/Implicite
 - Discrétisation - Triangulation
- Maillage
 - Enregistrement - Chargement : Cas du off
 - Structure de données

2 Déformation

- Transformation classiques
 - Objectif de la déformation - Physique / non physique
 - Transformations matricielles
- Skinning
 - Skinning rigide
 - Skinning lisse
 - Limitation et amélioration possibles

But

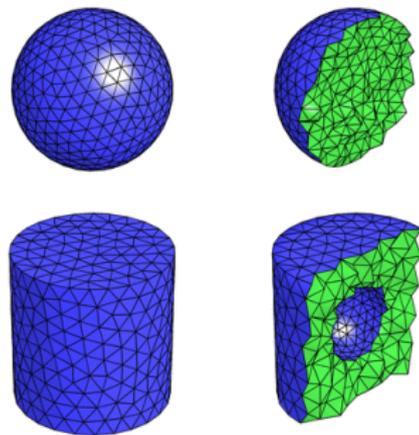
- On cherche à modifier les coordonnées
- Pas la connectivité
⇒ Changement de Topologie
= Complexe

```
OFF
40 95 75
-0.175114 -0.047799 -0.046492
-0.199566 0.730914 -0.064795
-0.010689 0.674496 0.008900
-0.015558 0.153071 0.107408
-0.070148 0.767094 -0.116107
-0.053836 -0.782815 0.109714
-0.162416 -0.785481 0.088014
-0.112365 -0.782492 0.135482
-0.240928 0.031451 0.031966
-0.259289 0.208557 0.035420
0.296891 -0.707385 0.143375
-0.190129 -0.069002 0.109358
-0.010148 0.024179 -0.067283
-0.112968 -0.089127 0.092391
-0.185828 0.377372 -0.111155
3 20 4 1
3 34 11 13
3 12 30 0
3 30 13 17
3 23 22 21
3 29 38 17
3 32 0 13
3 14 0 37
3 24 4 21
3 14 32 1
3 24 2 22
3 3 12 25
3 4 24 15
3 21 15 26
3 35 34 13
3 19 32 13
3 19 13 27
```



Déformations : Methodes physiques ?

- On exprime les equations de la physique sur des éléments volumiques (il faut les construire)= equations différentielles sur des tétraèdres linéaires.
- On applique les conditions initiales (forces, paramètres) sur le maillage volumique
- On résout les equations par méthode numérique = Inversion de larges matrices creuses.
- On attend ...
- On réitère sur les paramètres



Déformations : Methode non physique

- ⊕ On déplace comme on souhaite ce que l'on souhaite.
- ⊕ Orienté Résultat.
- ⊕ On ne traite que ce qui est visualisé.
- ⊖ On introduit des procédés non réalistes physiquement.
⇒ Contraintes

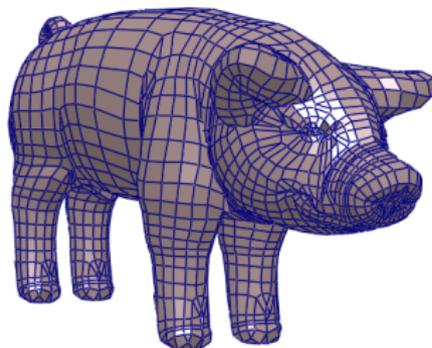
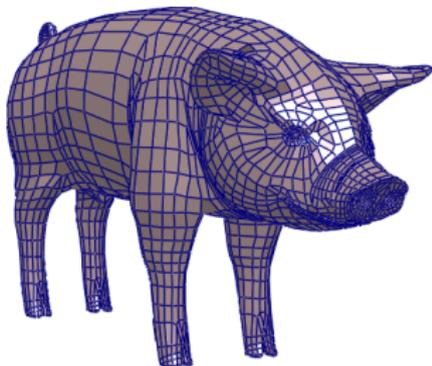


Déformation d'un maillage

- Animation - Déformation de surface
= trouver f tel que

$$(x'_0, x'_1, x'_2, \dots, x'_n) = f(x_0, x_1, x_2, \dots, x_n)$$

On affiche le maillage formé par (x'_0, \dots, x'_n) avec l'ancienne connectivité.



- Comment choisir f ?

Fonction de Deformations

- On maîtrise assez peu de transformations f

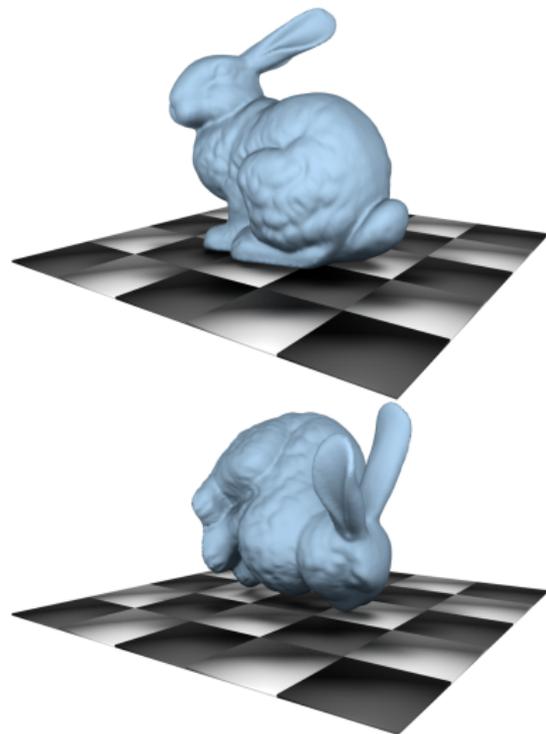
$$f : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$$

- On prend f linéaire : $f = M$.
- Isométries
 - Translation
 - Symétries
 - Rotations

$$\mathbf{x}' = M\mathbf{x} \quad \text{et} \quad |\det(M)| = 1$$

- Les homothéties

$$\mathbf{x}' = \text{diag}(s_1, s_2, s_3)\mathbf{x}$$



Rotation

Important !

Rotation autour d'un axe n par un angle ϕ !

$$R(\mathbf{n}, \phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) + n_x^2(1 - \cos(\phi)) & n_x n_y(1 - \cos(\phi)) - n_z \sin(\phi) & n_y \sin(\phi) + n_x n_z(1 - \cos(\phi)) \\ n_z \sin(\phi) + n_x n_y(1 - \cos(\phi)) & \cos(\phi) + n_y^2(1 - \cos(\phi)) & -n_x \sin(\phi) + n_y n_z(1 - \cos(\phi)) \\ -n_x \sin(\phi) + n_x n_z(1 - \cos(\phi)) & n_x \sin(\phi) + n_y n_z(1 - \cos(\phi)) & \cos(\phi) + n_z^2(1 - \cos(\phi)) \end{pmatrix}$$

- Rotation Globale

$$\forall i, \mathbf{x}'_i = \mathbf{R} \mathbf{x}_i$$

- Revient au même qu'une expression par quaternion.
(interpolations)

Rotation

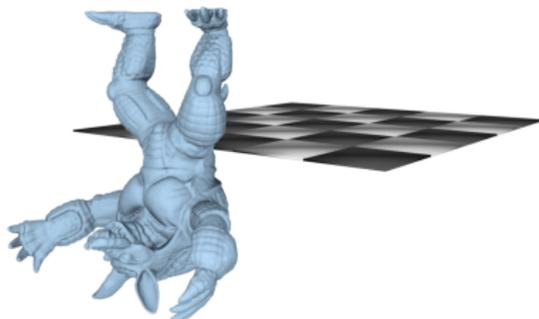
Ne pas oublier de centrer la rotation

$$\mathbf{x}' = \mathbf{R}(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) + \mathbf{x}_0$$

Ou sous forme matricielle

$$\mathbf{x}' = \mathbf{T} \mathbf{R} \mathbf{T}^{-1} \mathbf{x}$$

T est une simple translation, ou un changement de base locale !
(Inversion de matrice 3×3 ou projective est connu explicitement)



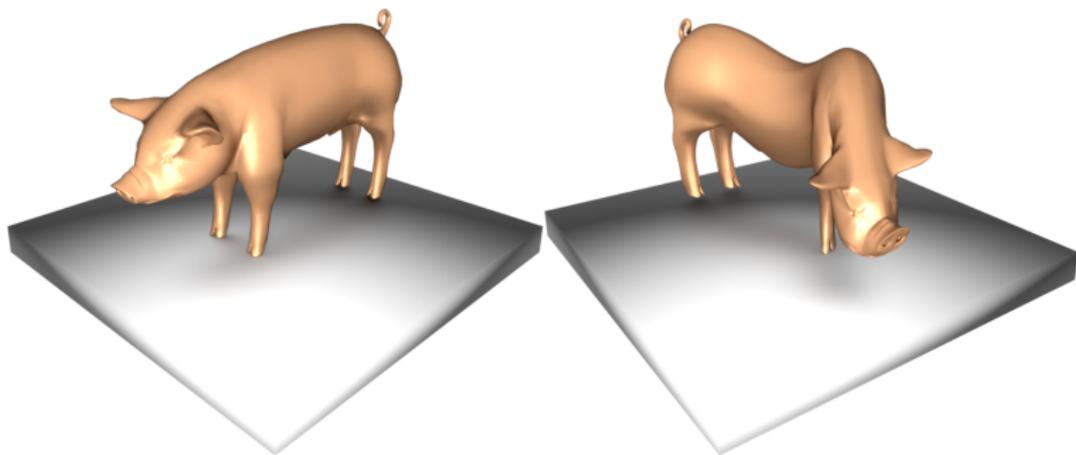
Transformations rigides

Utilisation supplémentaire :

- On peut faire varier les paramètres de la transformation dans l'espace !

$$f : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbf{x}' = M(\mathbf{x}) \mathbf{x}$$

Ex. Translation dépendant de la position :



Transformations rigides

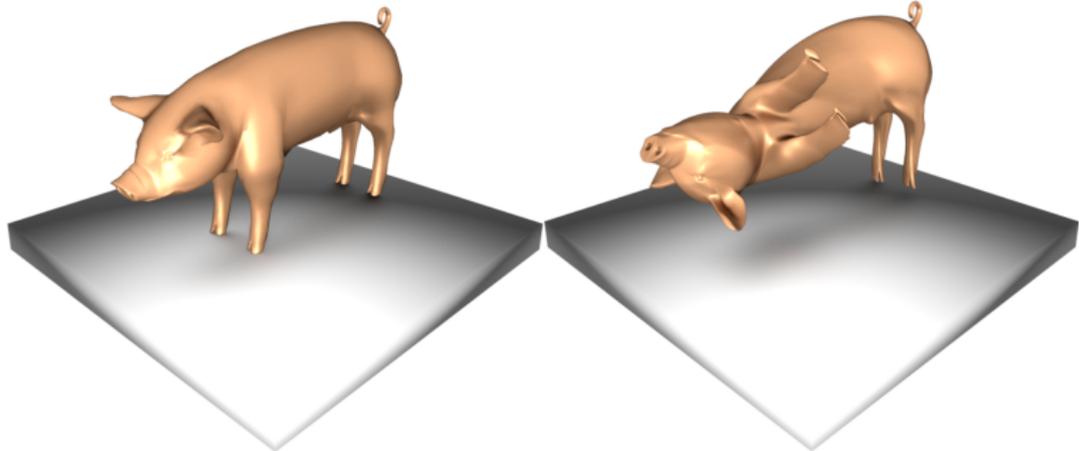
- Angle de rotation qui varie

$$\forall i, \mathbf{x}_i' = R\left(\mathbf{n}, \frac{z}{z_{max}}\right) \mathbf{x}_i$$

```
for (k=0; k<N; k++)  
{  
    Vec x = mesh.get_vertex(k);  
    double angle = x[0] * PI * time;  
    Matrix R = Matrix::rotation(Vec(1, 0, 0), angle);  
    mesh.set_vertex(k, R*x);  
}
```

Transformations rigides : Exemple

Exemple de Rotation d'angle variable



Transformation rigides

- ⊖ Transformations non locales.
- ⊖ Axe et angle variable des rotations : complexe à manipuler
- ⇒ On utilise des transformations constantes
- ⇒ On les rend locales artificiellement morceaux par morceaux

$$\forall i, \mathbf{x}'_i = M(\mathcal{E}(i)) \mathbf{x}$$

Et $M(\mathcal{E}(i)) = I$ pour les ensembles non déformés.
 $\mathcal{E}(i)$ = segmentation du maillage.

1 Surface

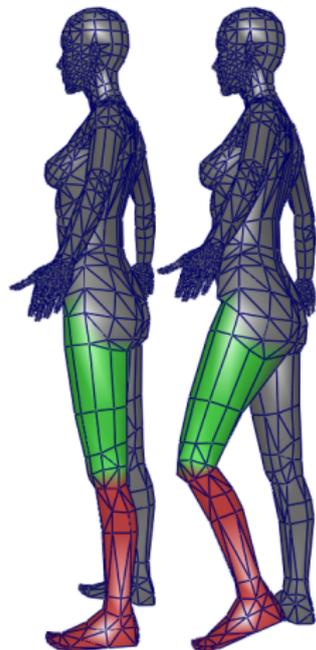
- Modélisation
 - Choix de modélisation - Explicite/Implicite
 - Discrétisation - Triangulation
- Maillage
 - Enregistrement - Chargement : Cas du off
 - Structure de données

2 Déformation

- Transformation classiques
 - Objectif de la déformation - Physique / non physique
 - Transformations matricielles
- Skinning
 - Skinning rigide
 - Skinning lisse
 - Limitation et amélioration possibles

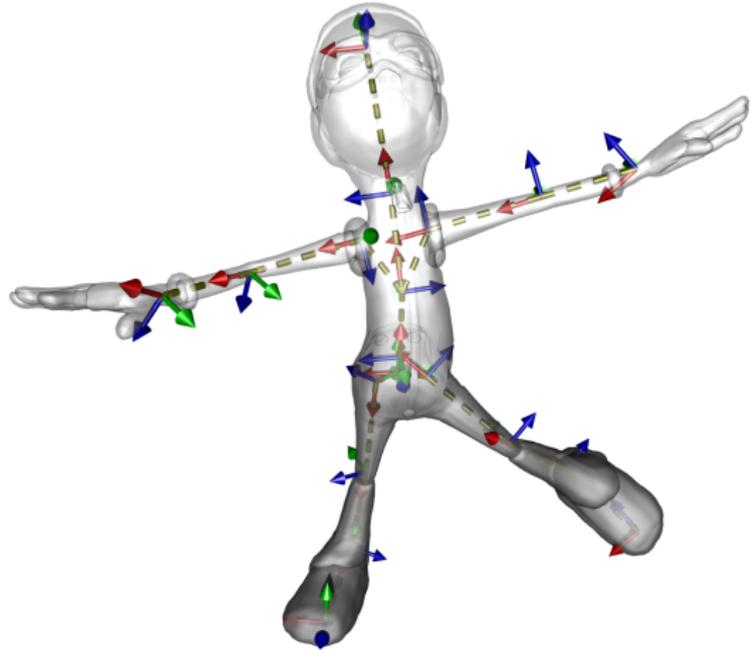
Transformation locales

- On définit des régions \mathcal{E}
 - On applique une transformation différente sur chaque partie $M(\mathcal{E})$
 - On utilise principalement des rotations. $R_{\mathcal{E}}$
- ⇒ Comment définir les paramètres de la transformation ?



Squelette d'animation

- Objets sont articulés autour d'un squelette d'animation.
- Squelette = Ensemble de repères hiérarchiques.
- Orientation par rotations successives.



Squelette d'animation

- Transformations hiérarchiques.

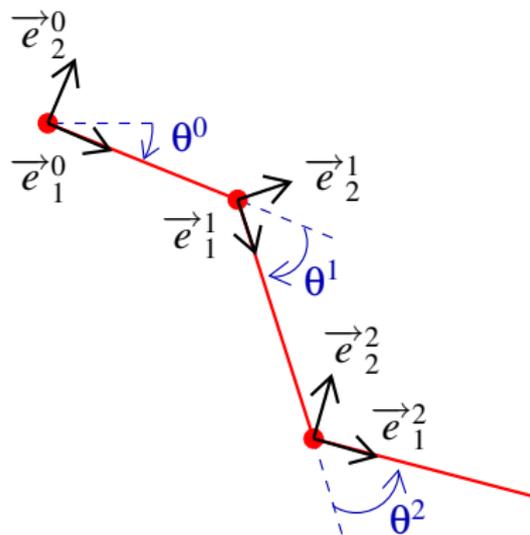
$$T_0 = R_0$$

$$T_1 = T_0 M_1 R_1 M_1^{-1} = R_0 M_1 R_1 M_1^{-1}$$

$$T_2 = T_1 M_2 R_2 T_1^{-1} = \dots$$

$$\vdots$$

$$T_i = \prod_{k=0}^i M_k R_k M_k^{-1}$$

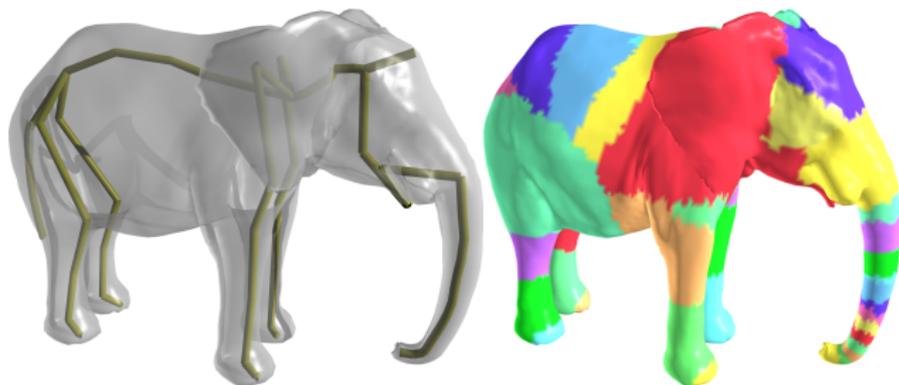


Skinning Rigide

- On lie un morceau local de la surface à un repère du squelette.
- Transformation du repère appliquée sur tous les points du morceau.

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{T}_{\mathcal{E}(i)}(t) \mathbf{T}_{\mathcal{E}(i)}^{-1}(0) \mathbf{x}_i(0)$$

$\mathbf{T}(0) = \text{Bind Pose.}$



Squelette

```
class Frame
{
    Matrix R;
    Matrix Bind;
    Joint *father;
    std::list <Joint*> son;
}
```

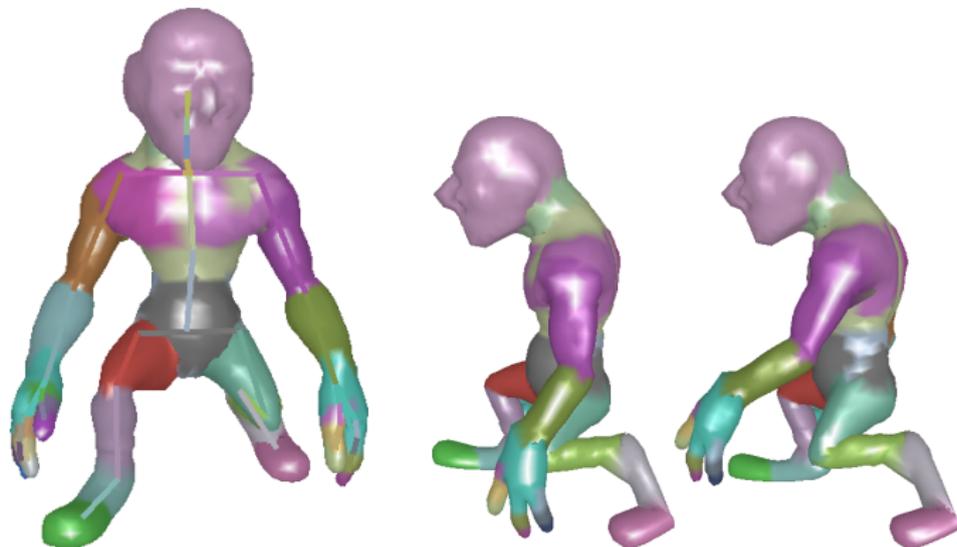
```
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{
    int bone_dependency =
        skinning.bone_dependency(k_vertex);
    Matrix T = skeleton.get_matrix(bone_dependency);
    Matrix B =
        (skeleton.get_bind_pose(bone_dependency)).invert();
    deformed_mesh(k_vertex) = T*B * mesh(k_vertex);
}
```

Skinning Rigide : Exemple

- Action Hierarchique du Squelette

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{M}\mathbf{x}(0)$$

Ex. Une rotation $R_3 = R((1, 0, 0), 45)$



Avantage Skinning

Le squelette est

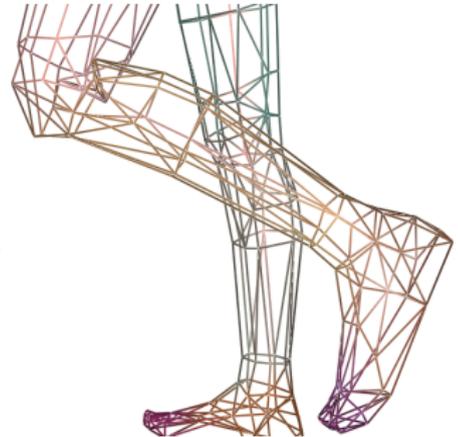
- ⊕ Facile à construire
- ⊕ Facile à animer
- ⊕ Intuitif pour animer un personnage.



Inconvénients Skinning

Mais :

⊖ Discontinuités



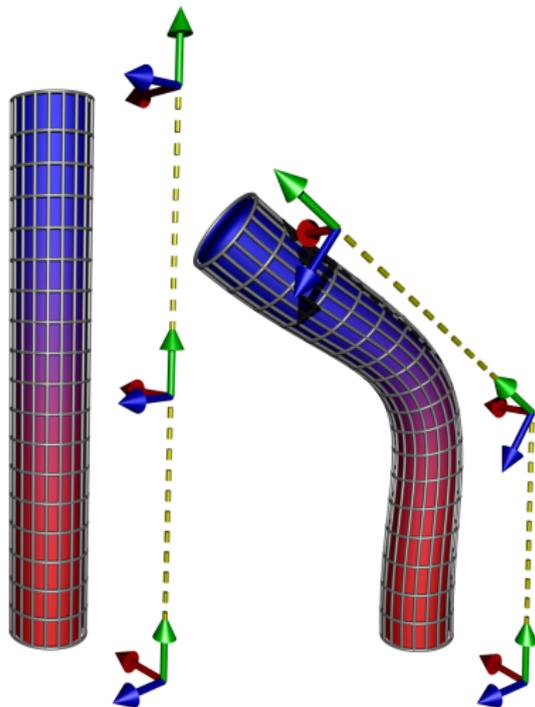
Interpolation des Transformations

Idee : Il faudrait interpoler les transformations entre les repères.

- Le plus simple :

$$T = \omega T_0 + (1 - \omega) T_1$$

- Comment définir les ω ?

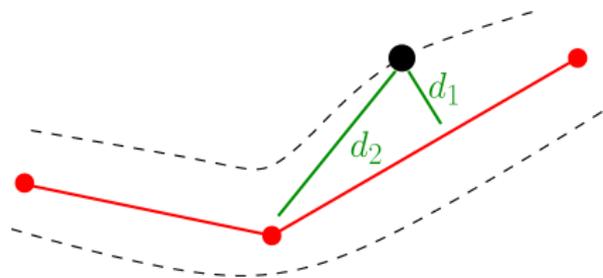
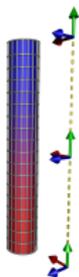


Poids de Skinning

Méthode Possible :

- Fonction de la distance au squelette puis on normalise.

$$\alpha_1 = \frac{1}{d_1}$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{d_2}$$
$$\omega_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$
$$\omega_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1 + \alpha_2}$$



Distance cylindrique

Distance d'un point \mathbf{x} à un segment $[AB]$.

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{x} - \mathbf{x}_A, \quad \mathbf{u}_2 = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A$$

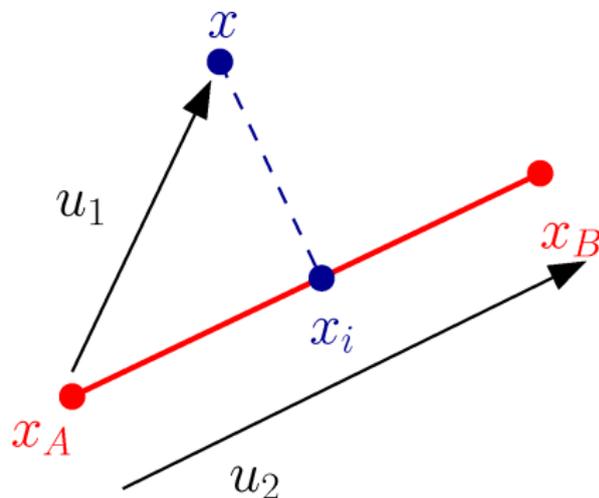
$$\rho = \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2}{\|\mathbf{u}_2\|^2}$$

Si $\rho < 0$ $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_A$

Si $\rho > 1$ $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_B$

Sinon $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_A + \rho\mathbf{u}_2$.

$$d = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$$



Structure de données : Poids de Skinning

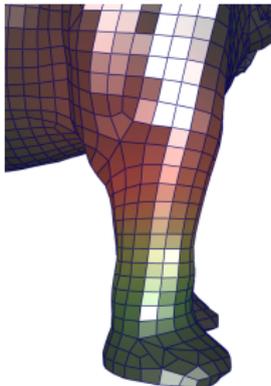
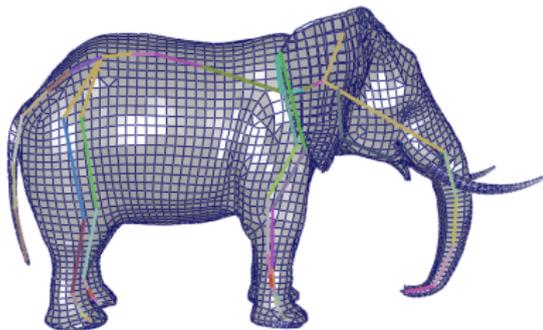
- Pour tout sommet i , on associe les couples (os,poids) :
 $(b_k, \omega_k)_{k \in \mathcal{E}(i)}$.

```
std::vector <std::vector <int>> bone_dependencies;  
std::vector <std::vector <double>> skinning_weights;  
  
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)  
{  
    N_dep = bone_dependencies[k_vertex].size();  
    for(k_dep=0;k_dep<N_dep;k_dep++)  
    {  
        bone = bone_dependencies[k_vertex][k_dep];  
        weight = skinning_weight[k_vertex][k_dep];  
    }  
}
```

Calcul des Poids

```
//skinning weights
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{
    for(k_bone=0;k_bone<N_bone;k_bone++)
    {
        alpha = push_back(1/distance(k_vertex,k_bone));
        if(alpha>epsilon)
        {
            skinning_weights[k_vertex].push_back(alpha);
            bone_dependencies[k_vertex].push_back(k_bone);
        }
    }
    norm_skinning_weights();
}
```

Exemples



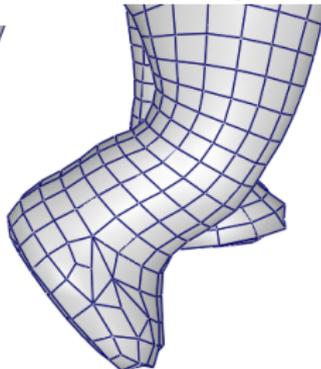
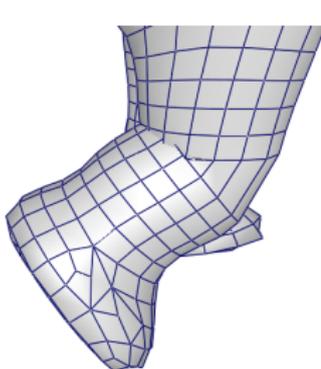
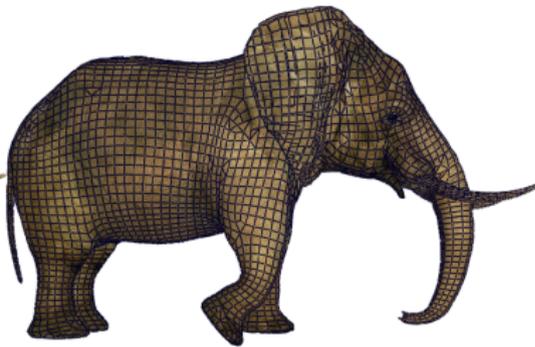
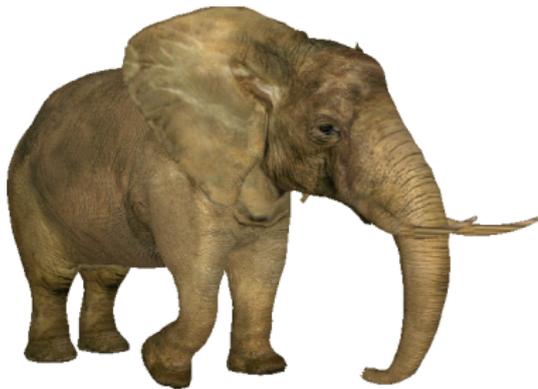
Skinning Lisse

$$\mathbf{x} = \left(\sum_i \omega_i M_i \right) \mathbf{x}_0$$



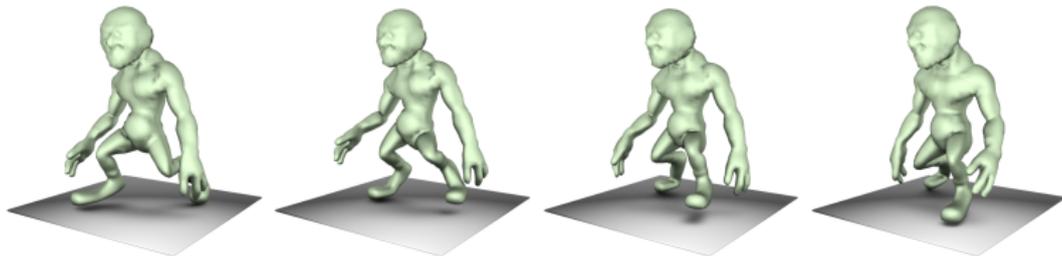
```
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{ int N_dep = bone_dependencies[k_vertex].size();
  Matrix D;
  for(k_dep=0;k_dep<N_dep;k_dep++)
  { int k_bone = bone_dependency[k_vertex][k_dep];
    double weight = skinning_weights[k_vertex][k_dep];
    D += weight*skeleton.matrix(k_bone); }
  deformed_mesh(k_vertex) = D * mesh(k_vertex);
}
```

Exemples



Animation

- Animation = Les angles des rotations de M dépendent du temps.



```
+ <animation id="ele_R_shoulder_rotateY"></animation>
+ <animation id="ele_R_shoulder_rotateZ"></animation>
+ <animation id="ele_R_elbow_rotateX"></animation>
- <animation id="ele_R_elbow_rotateY">
  - <source id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-input">
    - <float_array id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-input-array" count="134">
      0.040000 0.080000 0.120000 0.160000 0.200000 0.240000 0.280000 0.320000 0.360000 0.400000 0.440000 0.480000 0.520000
      0.560000 0.600000 0.640000 0.680000 0.720000 0.760000 0.800000 0.840000 0.880000 0.920000 0.960000 1.000000 1.040000
      1.080000 1.120000
    </float_array>
  </source>
  - <source id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-output">
    - <float_array id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-output-array" count="134">
      0 -0.072670 -0.223444 -0.389830 -0.549435 -0.692583 -0.812962 -0.905247 -0.964565 -0.985765 -0.985721 -0.985668 -0.985607
      -0.985540 -0.961561 -0.887361 -0.755854 -0.560878 -0.285142 -0.201935 -0.173549 -0.175789 -0.182313 -0.192826 -0.207032
      -0.224636
    </float_array>
  </source>
</animation>
```

Skinning Lisse : Conclusion

Avantages

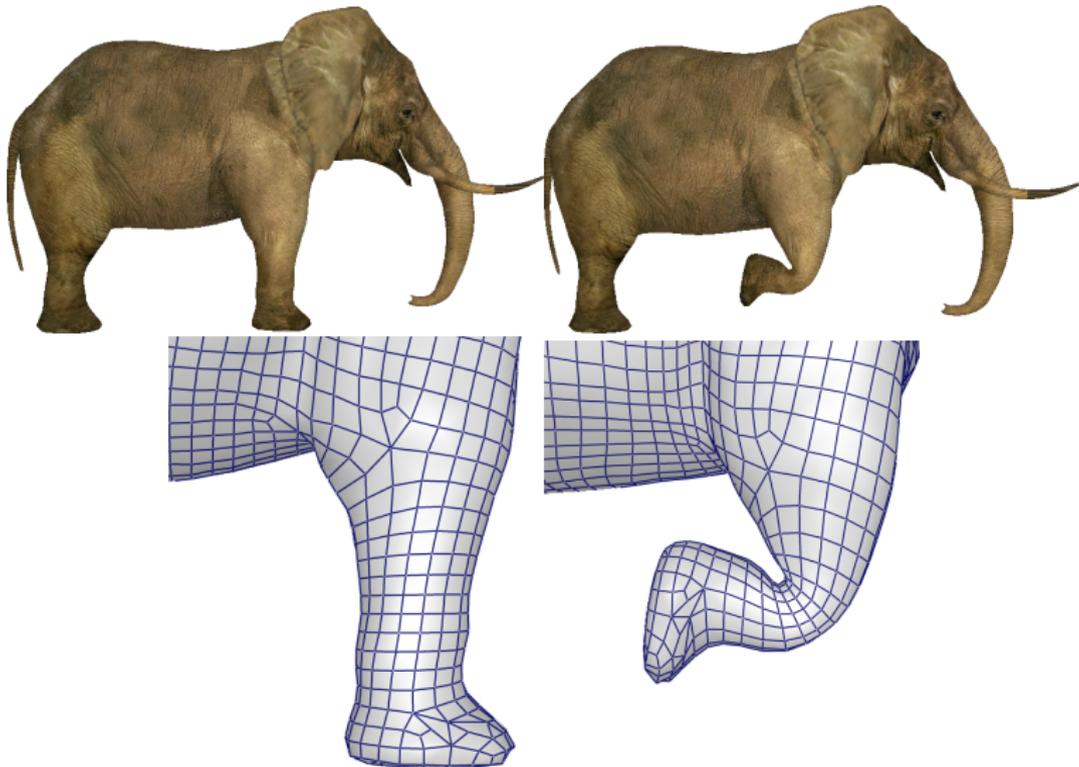
- ⊕ Calcul Rapide.
- ⊕ Squelette intuitif à paramétrer.

inconvénients

- ⊖ Artefacts pour des angles importants.



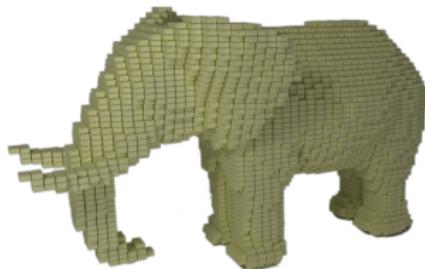
Artefact : Collapsing Elbow



Améliorations Poids de skinning

Poids de skinning : Problème de distance cartésienne.

- Méthode 2 : Un artiste peint directement sur le maillage
- Méthode 3 : Plus intelligent (distance curviligne, geodesique, ...)



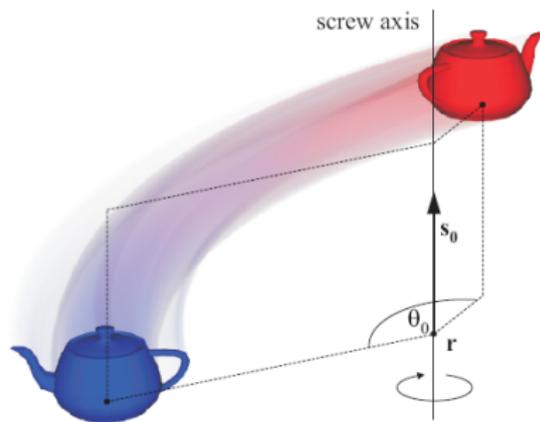
Améliorations Possibles

Interpolation : Interpolation linéaire n'est pas correcte.

$$\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \neq \mathcal{R}.$$

⇒ Comment interpoler une matrice de transformation ?

- **Exponential map** : Problème de temps de calcul.
- **Quaternions** : Ici on a un axe de rotation qui se translate.
- **Dual Quaternions** : OK

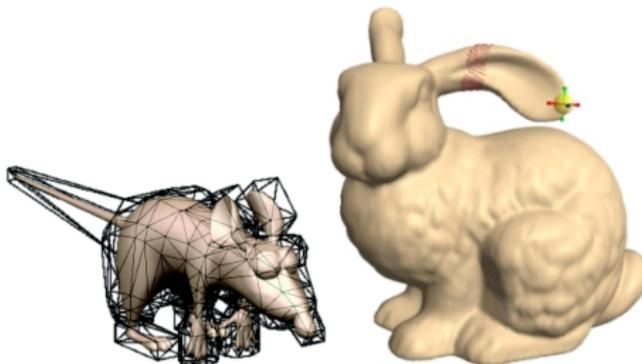


Autres methodes

Skinning = **S**keleton **S**ubspace **D**eformation

Methode la plus adaptée pour les mouvements articulés autour d'un squelette.

- Déformer un visage = interpolation de formes
- Déformation "molles" = FFD
- Déformations hierarchiques = Multiresolution
- Déformations libres = Inversion de matrices + contraintes



TP

Objectif :

- Manipuler des maillages (structure de données, gestion d'une animation simple, problématiques spécifiques, ...).
- Mise en place d'une déformation interactive (application de déformations locales, problématique de la continuité, ...).

