Visualisation-Multiresolution

1er semestre 2008

1 Courbes et Surfaces

- Soit la courbe définie paramétriquement par que $(x(t), y(t)) = (t, t)$ pour $t \in [-1, 0]$, et $(x(t), y(t)) = (2t, 2t)$ pour $t \in [0, 0.5]$.
  Tracez cette courbe. Cette courbe est elle C^0 ? C^2 ? Quelle est sa courbure ?
  Donnez une conclusion.

- Soit la surface définie par les isovaleurs 0 de la fonction implicite

$$f_{R_0}(x, y, z) = (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 - R_0^2 \,.$$

  Que représente le domaine définie par

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | f_{R_0}(x, y, z) = 0\} \,?$$

  Que représente le domaine définie par

$$\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | f_{R_0}(x, y, z) f_{R_1}(x, y, z) = 0\} \,?$$

  En écrivant $T(\overrightarrow{x}_0, R_0, r_0)$ la fonction dont l'isovaleur 0 représente un tore de centre $\overrightarrow{x}_0$ et de rayon externe R_0 et interne r_0. Donnez une equation implicite d'un tore à deux trous.

- Soit la courbe paramétrique $\overrightarrow{c}(t) = (x(t), y(t), z(t))$. Proposez l'equation de la surface tubulaire $S(u, v)$ obtenue en extrudant un cercle de rayon R autour de cette courbe.

2 Ondelette de Haar

- On suppose que l'on souhaite décomposer un champ scalaire volumique discret de $(2^i)^3$ valeurs suivant les ondelettes de Haar. En vous inspirant de la méthode $2D$ proposez une décomposition suivant ce type d'ondelette.
  Illustrez votre décomposition par un cube dont chaque face (voxel) est subdivisée en quatre sections représentant les moyennes et différents détails.
  Discutez de l'utilitée d'une telle decomposition, donnez des exemples.

3 Chaikin

- Exprimez la matrice générale passant du niveau de décomposition $N + 1$ au niveau N dans la multiresolution de Chaikin (avec les détails y) dans le cas d'une courbe ouverte.

4 Subdivision

- On considère un cube dont les huit sommets sont positionnés sur la sphere unité. Proposez une solution de subdivision convergeant vers une sphere.

  indice : On pourra procéder en deux étapes :

  1. *Une manière de subdiviser chaque face (indépendamment des coordonnées des sommets).*
  2. *La transformation géométrique à appliquer sur les nouveaux sommets afin que ceux-ci soient correctement positionnés sur la sphere.*

  Écrire à la main le fichier de maillage (type : geometrie des sommets suivie de la connectivitée (voir spécification du format off par exemple)) à l'etape de départ, et après une subdivision.

  Votre solution converge elle vers un maillage triangulaire, quadrangulaire ? Esquissez le résultat apres une subdivision de votre procédé. Quel est la valence des sommets ?

5 Travail Pratique

- Nous souhaitons modeliser une courbe lisse modélisant une clef de sol en partant d'un faible nombre de sommets (5-10 sommets) comme montré en fig. 1.
  Proposez une solution en argumentant.

- Implémentez votre solution.

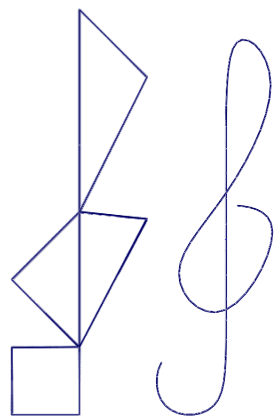

FIG. 1 – Polygon de controle / Clef de sol obtenue

- Nous souhaiterions maintenant pouvoir visualiser cette courbe par un maillage $3D$ afin d'en réaliser un rendu de qualité. Pour cela, nous souhaiterions réaliser une surface tubulaire (triangulée ou quadrangulaire) autour de celle-ci.

- Esquissez le cas où l'on considère juste un tube entre deux points d'un segment. Comment orientez vous les deux cercles aux extremités du tube, comment reliez vous les sommets ? Indiquez manuellement clairement les indices des sommets du maillage que vous considérez. Vous pourrez vous aider de la fig. 2.

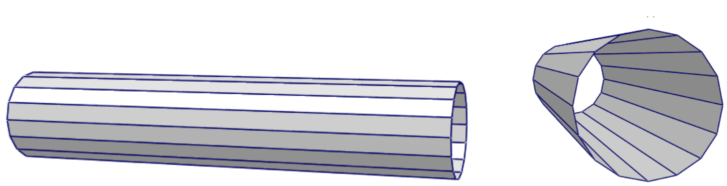

FIG. 2 – Surface tubulaire pour un segment.

- Implémentez une solution générale pour tout segment.

- Appliquer la méthode itérativement sur votre courbe lisse en considérant celle-ci comme formée par un ensemble de segments. Expliquez les difficultés rencontrés pour obtenir un maillage vous semblant correct. Vous pourrez vous appuyer sur les fig. 3

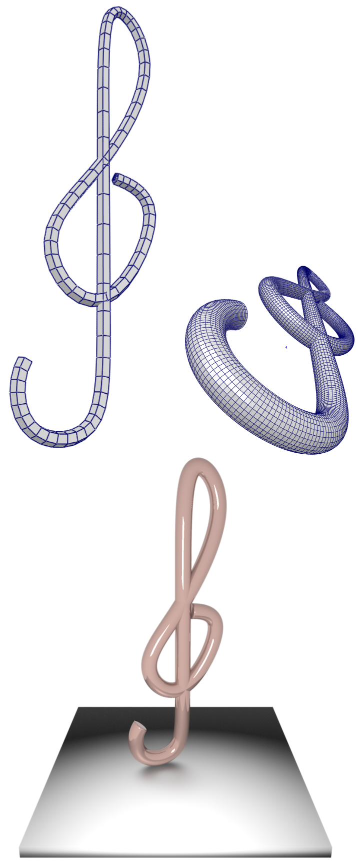

FIG. 3 – Maillage de la surface tubulaire finale. Et exemple de rendu final du même maillage.