

# Visualisation-Multiresolution 5-Surfaces de Subdivision

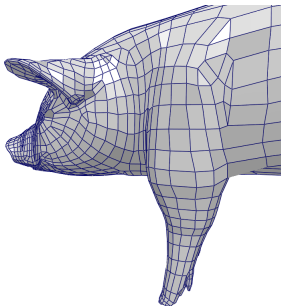
Polytech-Grenoble

1er semestre 2008

# Propriété du maillage

But : On possède un maillage, peut-on le subdiviser, avoir une multiresolution ?

- Propriétés du maillage
  - Variété ?
  - Face régulières ? Valence des sommets ?



# Topologie

## topologie

Topologie = Étude des déformations spatiale par des transformations continues

- 2 surfaces sont topologiquement équivalentes si on peut transformer l'une en l'autre par des transformations continues (pas de déchirures ni soudures).



# Variétés

- Une surface est une **2-variété** si tout point de la surface possèdent un voisinage homéomorphe à un disque (demi-disque).

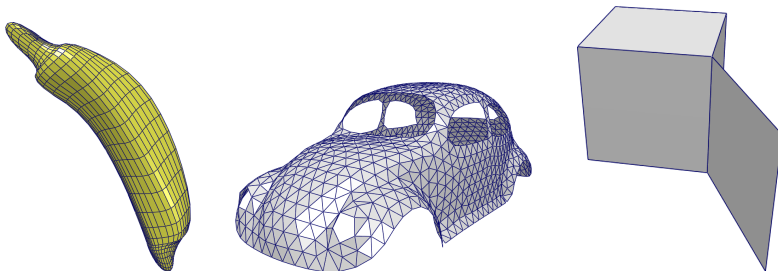


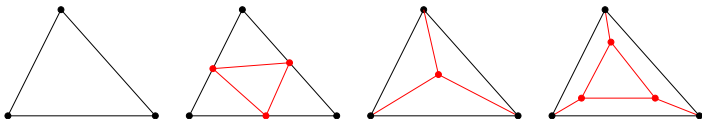
FIG.: Variété — Variété à bord — Non-variété

# Structure de données adaptée

- Pour les variétés : *voir chap.3 - Geometric Modeling Based on Polygonal Meshes - Botsch, Pauly, Kobbelt, Alliez, Lévy, Bischoff, Rössl - Siggraph course note, 2007*

# Possibilités de subdivision

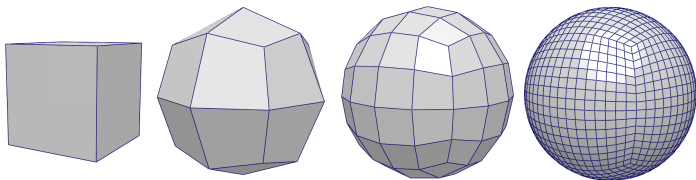
- Grille non structurée  $\Rightarrow$  Multiples possibilités de subdivision.



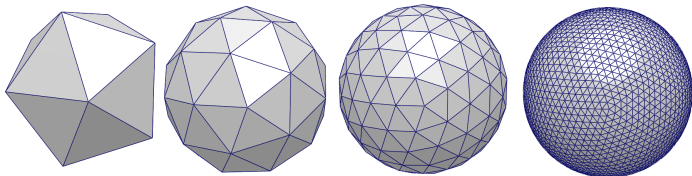
- Présence de quads, polygones quelconques ...

# Application : Construction d'une Sphère par projection

- On débute d'un cube



- On débute d'un icosaèdre



## Application au cas du lissage

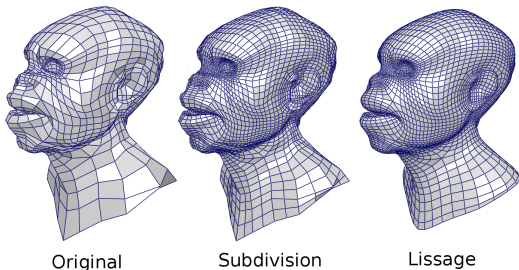
- On recherche à lisser la surface  $\mathbf{c}$  suivant

$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} = \lambda \Delta \mathbf{c}$$

- En discretisant temporellement

$$\mathbf{c}^{i+1} = \mathbf{c}^i + \Delta t \lambda \Delta \mathbf{c}^i$$

- Problème : Calcul du Laplacien sur un maillage.





# Calcul du Laplacien

- Laplacien :

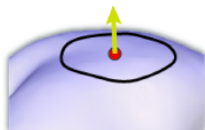
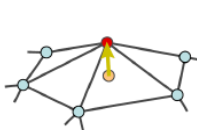
$$\Delta f(x, y, z) = \operatorname{div} \operatorname{grad}(f) = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

- Sur une variété :

$$\Delta c = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\nabla A}{A} = 2 \kappa \mathbf{n}$$

- Sur un maillage :

$$\Delta(\mathbf{x}_i) \simeq \frac{1}{N} \sum_{j \in \mathcal{V}_i} (\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) = \text{bar} - \mathbf{x}_i$$

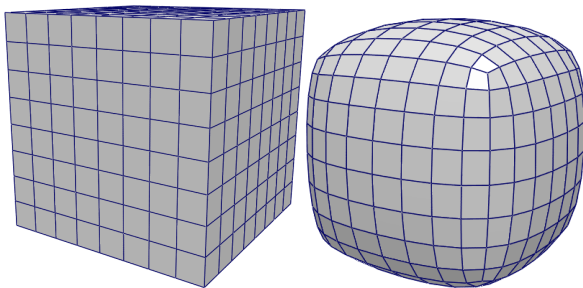


# Lissage

- Au final : Filtrage d'un maillage de la surface  $\mathbf{c}$  :

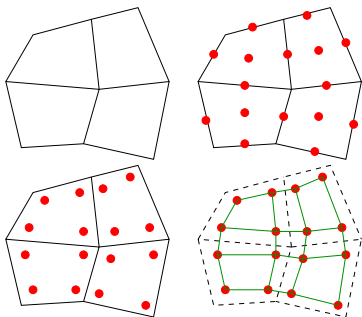
$$\frac{\partial \mathbf{c}}{\partial t} = \lambda \Delta \mathbf{c}$$

$$\Rightarrow x_i^{k+1} = (1 - \mu) x_i^k + \mu \text{bar}$$



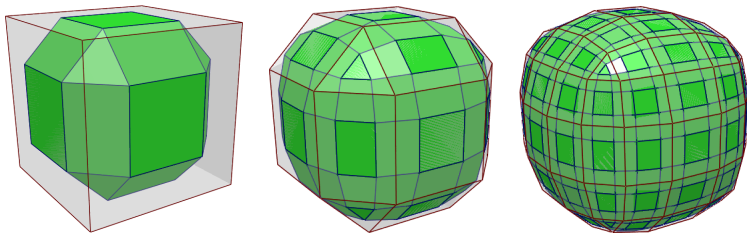
# Corner-cutting

- Peut on simuler le corner cutting pour un maillage ? Doo-Sabin
  - Étant donnée une face formée par les sommets  $(x_i)_{i=[0,N]}$
  - Construire les sommets milieu  $m_i = \frac{x_i+x_{i+1}}{2}$
  - Et le barycentre de la face  $b = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{i=N} x_i$
  - Les nouveaux sommets sont donnés par  $n_i = \frac{x_i+m_i+m_{i-1}+b}{4}$



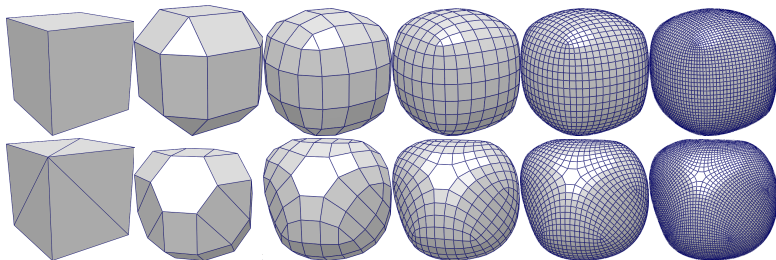
# Corner-Cutting

- Application en 3D sur des quads



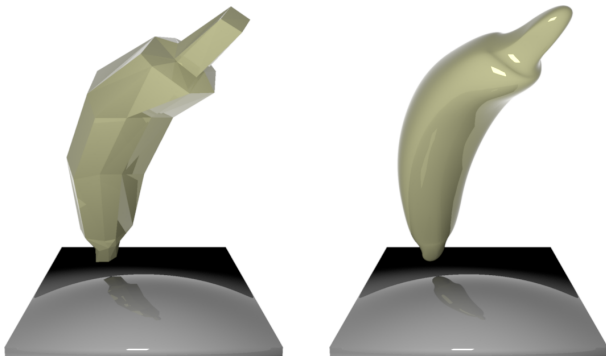
# Corner-Cutting

- L'aspect final dépend fortement du maillage du polygone de controle.



# Corner-Cutting

- Exemple de lissage + rendu
- Intérêt pour les films d'animations



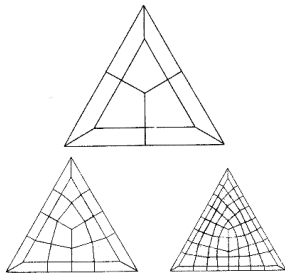
# Classements

- Subdivision Primale = Subdivision de faces
- Subdivision Duale = Subdivision de sommets

# Catmull-Clark

- Un sommet de face = barycentre de l'ancienne face
- Un sommet d'arête = moyenne entre le milieu des anciens sommets et le milieu des faces partageant l'arête
- Nouvelle position du sommet =  $\frac{Q+2R+S(n-3)}{n}$

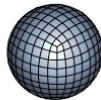
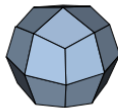
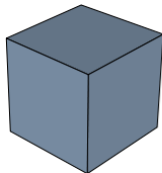
- Q : Moyenne des sommets de face adjacents
- R : Moyenne des points milieux des arêtes incidentes
- S : Anciennes coordonnées
- n : valence





# Catmull-Clark Resultats

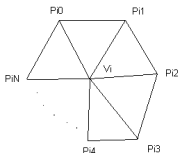
- $C^2$  sauf au sommets extra-ordinaires
- Schema d'approximation
- Subdivision de face
- Basé de préférence sur des quads



# Loop

## Maillage Triangulaire

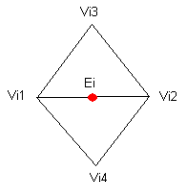
### ■ Nouvelle Position



$$V^{i+1} = (1 - n\alpha)V^i + \alpha \sum_{k=0}^n P_k$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \left( \frac{5}{8} - \left( \frac{3}{8} - \frac{1}{4} \cos \left( \frac{2\pi}{n} \right) \right)^2 \right)$$

### ■ Sommets d'arêtes



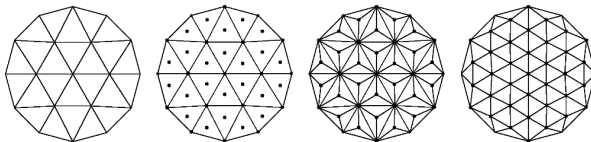
$$E^{i+1} = \frac{3}{8}(V_1 + V_2) + \frac{1}{8}(V_3 + V_4)$$

# Loop

- $C^2$  sauf au sommets extra-ordinaires
- Schema d'approximation
- Subdivision de face
- Subdivision de triangles

# $\sqrt{3}$ -Kobbelt

## Maillage Triangulaire



- Nouveaux sommets : barycentre de l'ancienne face
- Nouvelle position du sommet  $i$  :

$$(1 - \alpha_n)p_i + \frac{\alpha_n}{n} \sum_{j \in \mathcal{V}_i} p_j \quad (n=\text{valence}, \mathcal{V}=\text{voisinage})$$

$$\text{et } \alpha_n = \frac{4 - 2 \cos\left(\frac{2\pi}{n}\right)}{9}$$

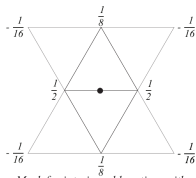
# $\sqrt{3}$ -Kobbelt

- $C^2$  sauf au sommets extra-ordinaires
- Schema d'approximation
- Subdivision de face
- Subdivision de triangles

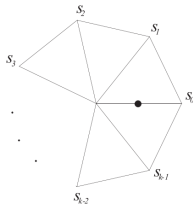
# Butterfly

## Maillage Triangulaire

### ■ Sommet régulier



### ■ Sommet non régulier



### ■ Ajout d'un point par coté

### ■ Dans le cas d'un sommet non régulier :

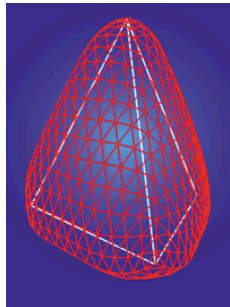
$$s_i = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{4} + \cos \left( \frac{2\pi}{k} \right) + \frac{1}{2} \cos \left( \frac{4\pi}{k} \right) \right) \quad \text{pour } k > 5$$

$$s_0 = \frac{5}{12}, s_{1,2} = -\frac{1}{12} \quad \text{pour } k = 3$$

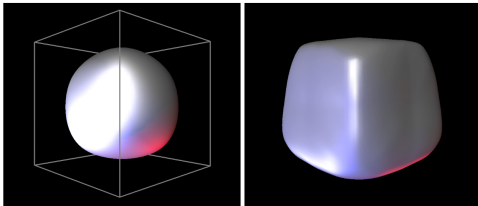
$$s_0 = \frac{3}{8}, s_2 = -\frac{1}{8}, s_{1,3} = 0 \quad \text{pour } k = 4.$$

# Butterfly

- $C^1$  sauf au sommets extra-ordinaires
- Schema d'interpolation
- Subdivision de face
- Subdivision de triangles

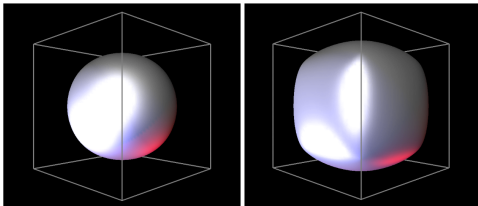


# Comparaison



*Loop*

*Butterfly*



*Catmull-Clark*

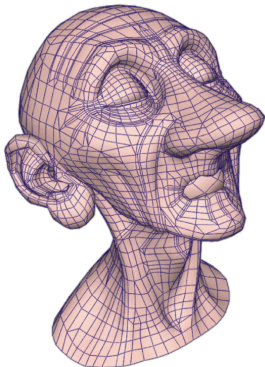
*Doo-Sabin*

- voir - *Subdivision Surfaces in character animation - DeRose, Kobbelt, Levin, Sweldens - Siggraph course note 2000*



# Application dans des films d'animations

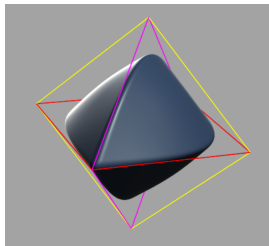
## ■ Geri's game (Pixar)



- voir - *Subdivision Surfaces in character animation - De Rose, Kass, Truong - Siggraph 2008*

# Arêtes vives

- Nécessité de garder certaines arêtes vives.



# Multiresolution

- Ne s'applique pas directement pour des maillages quelconques
- Multiresolution "manuelle"
  - Duplication de données.
  - Intérêt pour l'edition hiérarchique