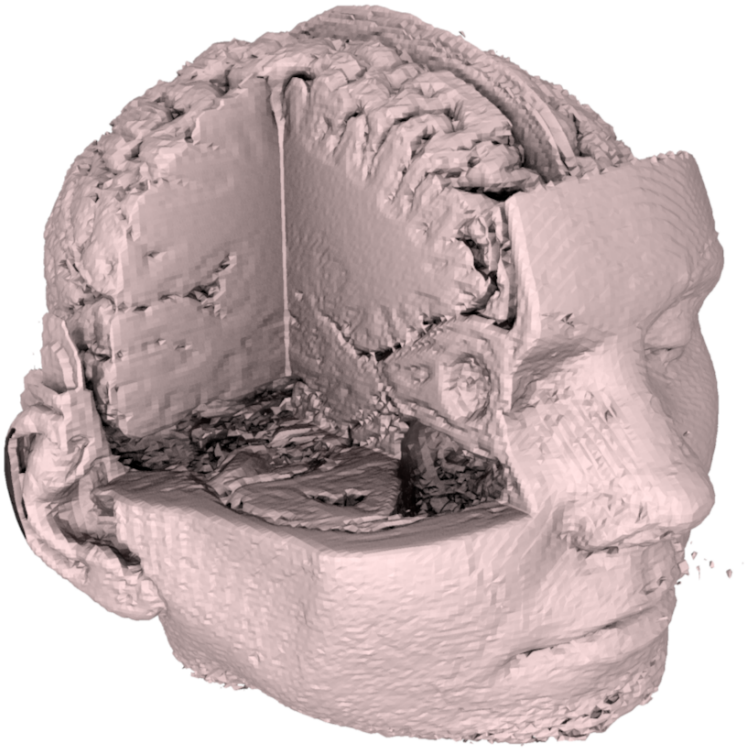
# Déformation de maillage
# Animation de personnage

CPE Lyon
damien.rohmer@imag.fr

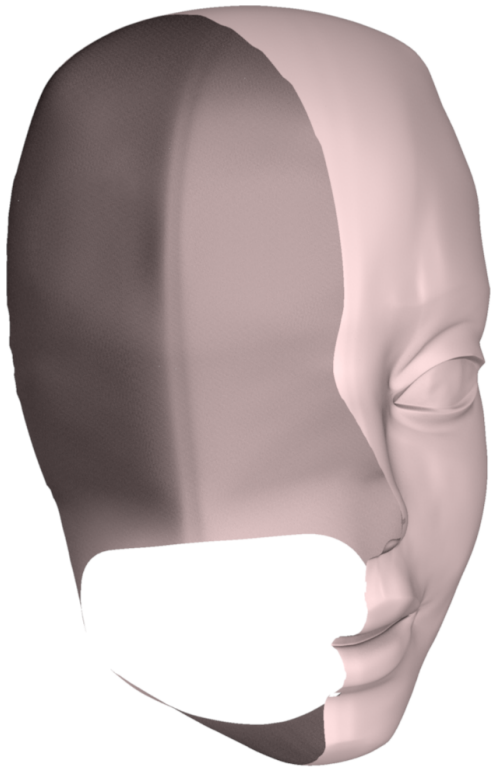
Janvier 2009

# Modélisation d'un objet 3*D*

- Modélisation volumique



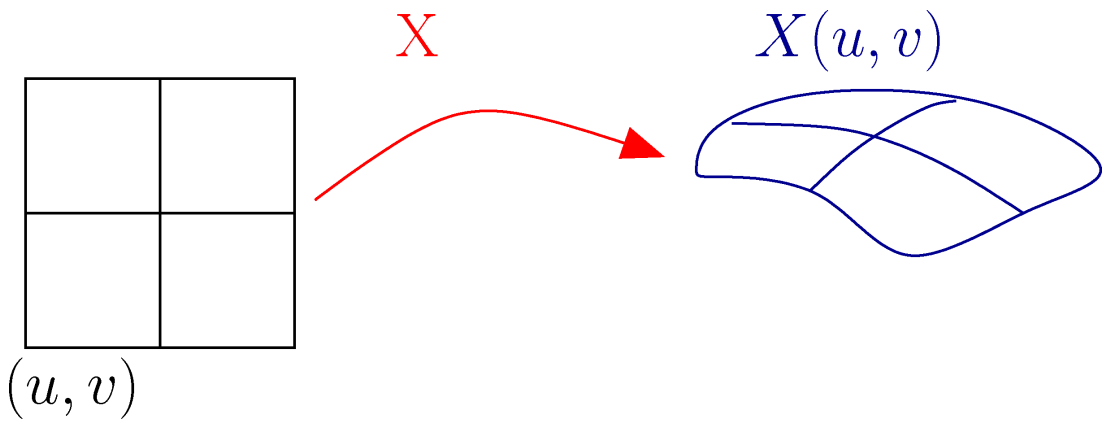
- Modélisation surfacique



# Surfaces

2 Facons de définir une surface mathématiquement

- Explicitement = paramétriquement : $X : (u, v) \mapsto X(u, v)$ = On définit une transformation.
  - $\oplus$ Presque Parfait quand on connait cette transformation
- Implicitement : $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ tels que $F(x, y, z) = a$.
  - $\ominus$ On maitrise mal la surface sous-jacente



# Discrétisation

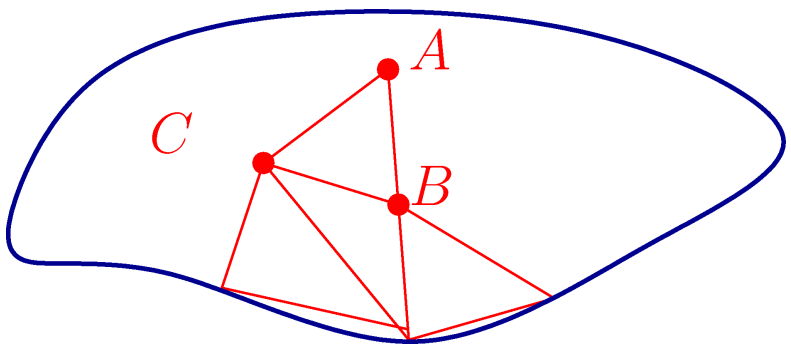
**Cas des surfaces implicites**
On remplit l'espace de voxels à l'intérieur de l'objet.

- ⊕ Adapté aux objets volumiques : applications médicales
- ⊖ Cout mémoire énorme.
- ⊖ Visualisation longue et laide.
- ⊖ Information de voisinage à construire (pas de textures)

# Discrétisation

## Cas des surfaces explicites

- On ne définit que la surface d'intérêt $X(u, v)$.
- Ne connaissant pas $X$ globalement, on l'estime localement : morceaux par morceaux.
- Cas le plus simple :
  - On prend $X$ linéaire
  - On définit une surface $C^0$ morceaux par morceaux.

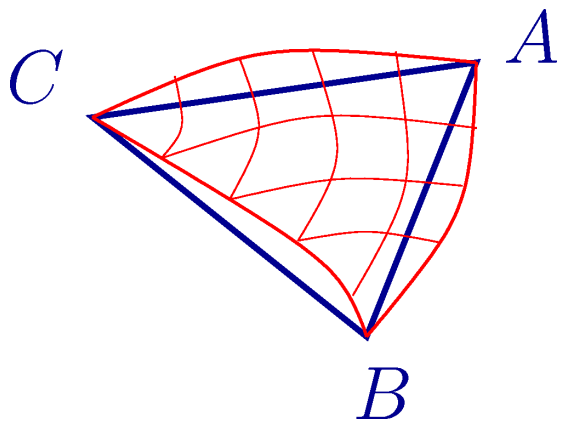



$$X_i(u, v) = u\overrightarrow{AB} + v\overrightarrow{AC}$$
$$0 \leq u + v \leq 1$$

$\Rightarrow$ Interpolation

# Triangulation

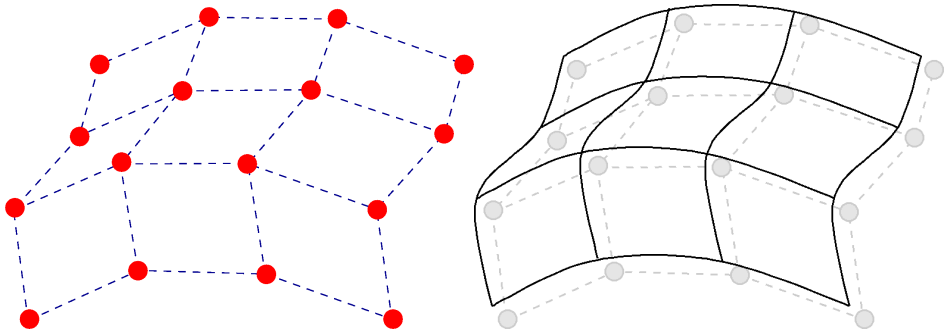
- Pour définir un plan :
  3 points = triangle.
- Échantillonnage de la surface
  $X(u_i, v_i)$.
- Triangulation = approximation de $X$
  au premier ordre.




- ⊕ On peut construire n'importe quelle surface.
- ⊕ Visualisation optimisée pour cartes graphiques.
- ⊕ Pas d'utilisation mémoire pour le volume.
- ⊕ Définition surfacique
  $\Rightarrow$ Interpolation $\Rightarrow$ Texture
- ⊖ Approximation ordre 1.

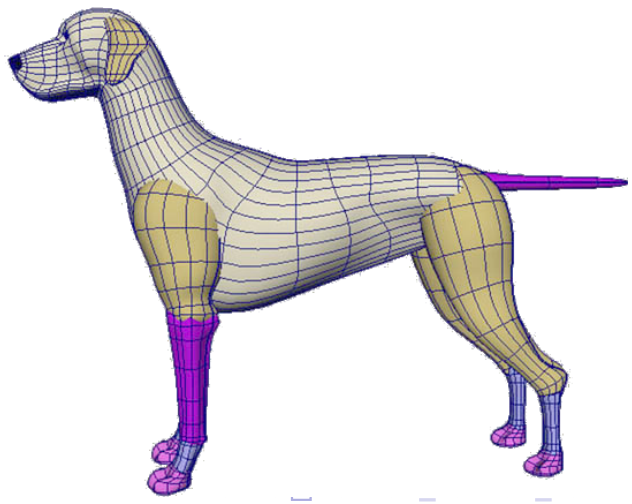
# Ordre supérieur

- Ordre supérieur = Meilleure approximation.
- Courbes plus lisses ($G^2$ : courbure continue).
  - Surfaces Splines - NURBS - ...
  - Patch (4 x 4) $\Rightarrow$ bi-cubique.



⊖ Contraintes trop importantes pour construire les patchs pour des surfaces quelconques.

- Plutôt utilisé en CAO



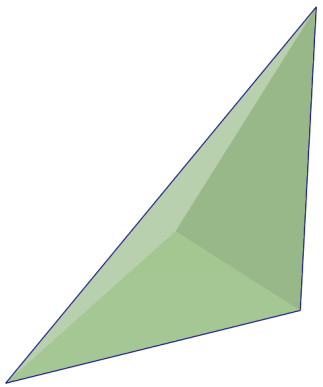
# Maillage

Structure de données :

- *Ex. Représenter un tetraèdre* :

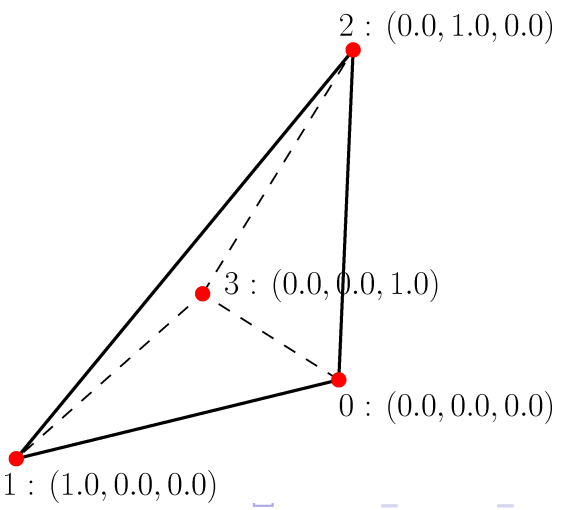
Idée 1 :

```
(0.0,0.0,0.0),(1.0,0.0,0.0),(0.0,0.0,1.0)
(0.0,0.0,0.0),(0.0,0.0,1.0),(0.0,1.0,0.0)
(0.0,0.0,0.0),(0.0,1.0,0.0),(1.0,0.0,0.0)
(0.0,1.0,0.0),(0.0,0.0,1.0),(1.0,0.0,0.0)
```



Il y a mieux :

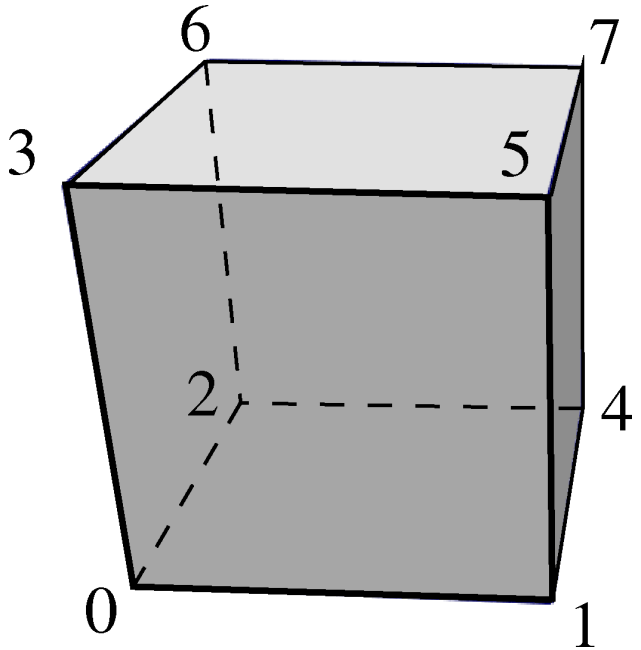
```
coordonnees:
(0,0,0),(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)
Connectivite
(0,1,3)
(0,3,2)
(0,2,1)
(1,2,3)
```



# Format off

Exemple de format d'echange. Format off.

```
OFF
8 6 12
0 0 0
1 0 0
0 1 0
0 0 1
1 1 0
1 0 1
0 1 1
1 1 1
4 0 1 4 2
4 1 5 7 4
4 3 6 7 5
4 2 6 3 0
4 2 4 7 6
4 0 3 5 1
```



# Lecture fichier

```
while(k_vertex<N_vertex)
  {
    fscanf(fid,"%f %f %f",X,X+1,X+2);
    add_vertex(X[0],X[1],X[2]);
    k_vertex++;
  }
for(k_poly=0;k_poly<N_poly;k_poly ++)
  {
    fscanf(fid,"%d",&size_poly);
    std::vector v_poly;
    for(k=0;k<size_poly;k++)
      {
        fscanf(fid,"%d",&temp);
        v_poly.push_back(temp);
      }
    add_polygon(v_poly);
  }
```

# Structure de données

- Vecteurs contigüs dans la mémoire : Affichage rapide en openGL.

```
//(x0,y0,z0,x1,y1,z1,...)
std::vector <double> vertex

//(i00,i01,i02,i10,i11,i12,...)
std::vector <int> connectivity

std::vector <double> normal, color, texture ...
```

- Accès à la coordonnée *y* du sommet *k*.

  `vertex[3*k+1]`

- Accès à la coordonnée *y* du sommet s(1,2 ou 3) du triangle *t*.

  `vertex[3*connectivity[3*t+s]+1]`

# Structure de données

- **1-Voisinage** = Sommets voisins d'un sommet donné

```
std::vector <std::vector <int>> one_ring

// exemple pour le cube:
one_ring[0] = [1,2,3]
one_ring[1] = [5,4,0]
...
```

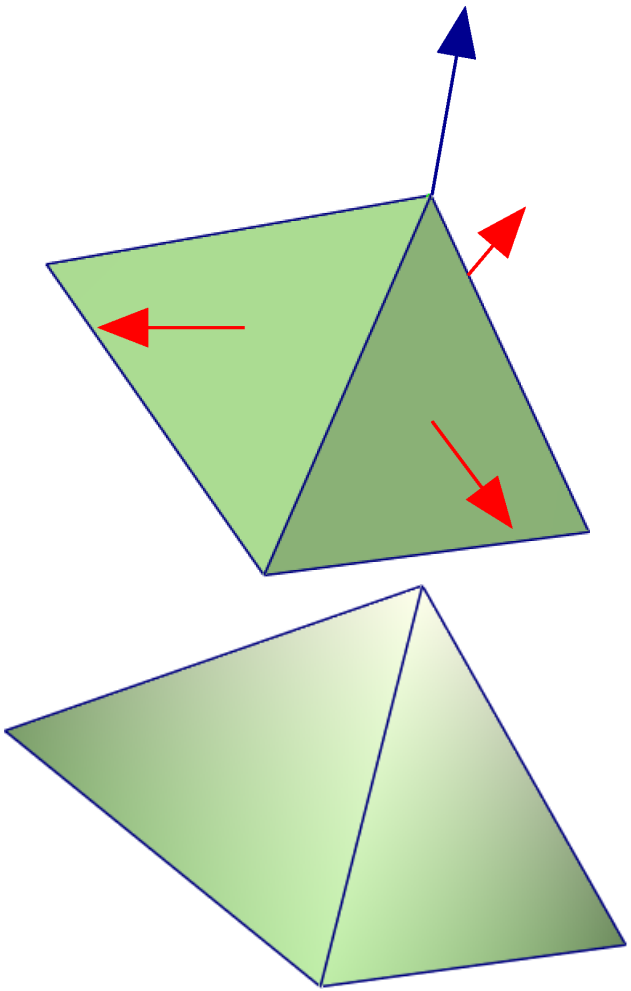
- Triangles voisins d'un autre
- Triangles voisins d'un point (calcul des normales !)

# Normale d'un maillage

- Aspect lisse
  $\Rightarrow$ 1 normale par sommet.
- Moyenne de normales (faux mais répandue)

$$\mathbf{n}_k = \frac{\sum_{i \in \mathcal{V}(k)} \mathbf{n}_i}{\left\| \sum_{i \in \mathcal{V}(k)} \mathbf{n}_i \right\|}$$

$k$ : indice sommet
$i$ : indice face
$\mathcal{V}(k)$ : faces voisines du sommet k



# Affichage en OpenGL

## Version lente

```
glBegin(GL_TRIANGLES);
 for(k_tri=0;k_tri<N_tri;k_tri++)
  for(k_vertex=0;k_vertex<3;k_vertex++)
   for(k_dim=0;k_dim<3;k_dim++)
   {
    x[k_dim] = vertex[3*connectivity
                      [3*k_tri+k_vertex]+k_dim];
    n[k_dim] = normal[3*connectivity
                      [3*k_tri+k_vertex]+k_dim];

    glNormal3d(n[0],n[1],n[2]);
    glVertex3d(x[0],x[1],x[2]);
   }
glEnd();
```

# Affichage en OpenGL

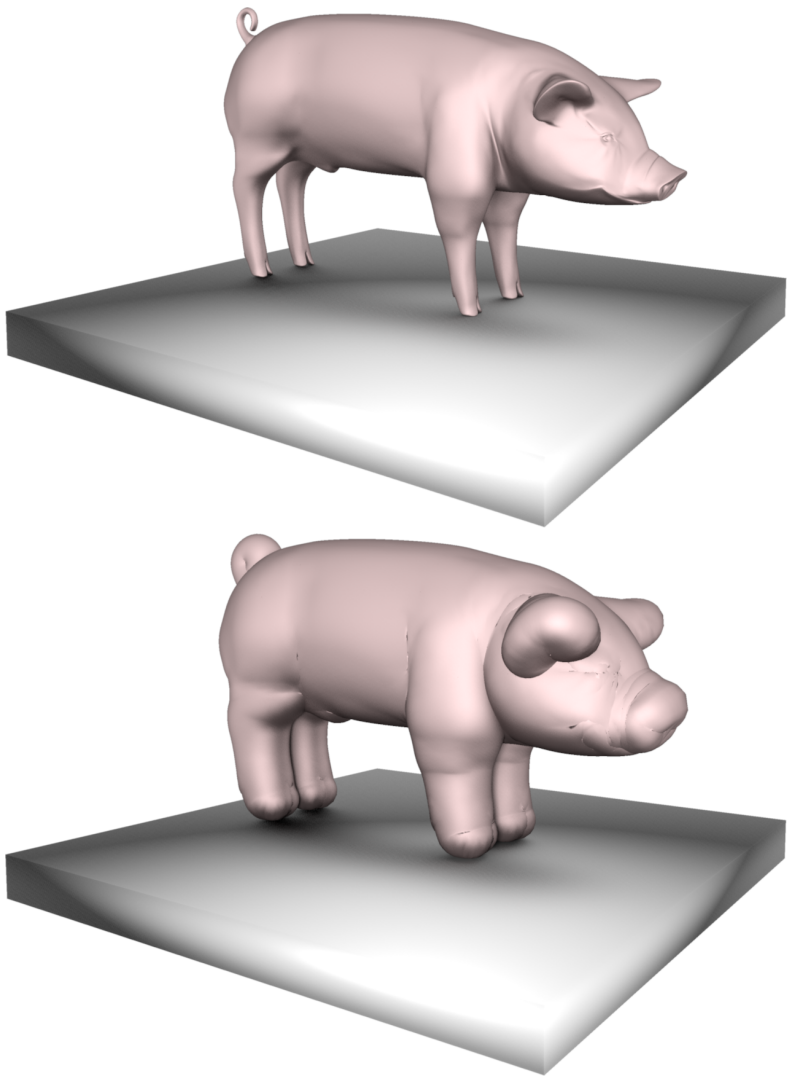
## Version Rapide

```
glEnableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
glVertexPointer(3,GL_DOUBLE,0,&vertex[0]);

glEnableClientState(GL_NORMAL_ARRAY);
glNormalPointer(GL_DOUBLE,0,&normal[0]);

glDrawElements(GL_TRIANGLES,3*N_tri,
                    GL_UNSIGNED_INT,&connectivity[0]);

glDisableClientState(GL_VERTEX_ARRAY);
glDisableClientState(GL_NORMAL_ARRAY);
```

# But

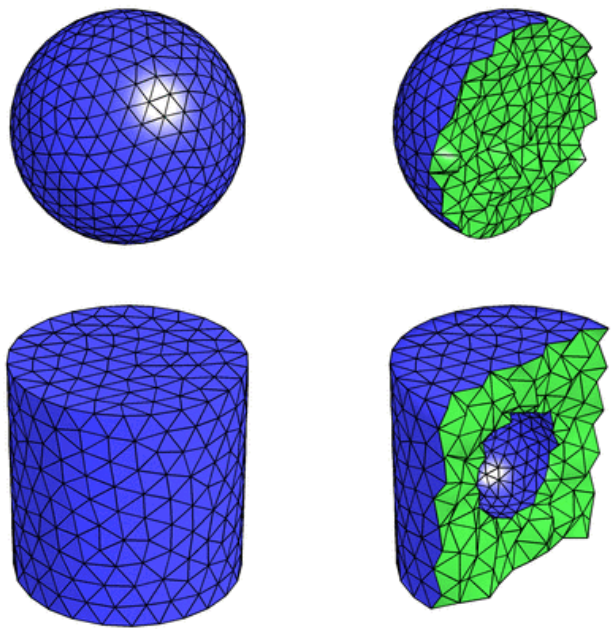
- On cherche à modifier les coordonnées
- Pas la connectivité
  $\Rightarrow$ Changement de Topologie
  = Complexe

```
OFF
40 95 75
-0.175114 -0.047799 -0.046492
-0.199566 0.730914 -0.064795
-0.010689 0.674496 0.008900
-0.015538 0.153071 0.107408
-0.070148 0.767894 -0.116107
-0.053836 -0.702815 0.109714
-0.162416 -0.785481 0.088014
-0.112365 -0.782492 0.135482
-0.240928 0.031451 0.031966
-0.259289 0.200557 0.035420
0.296891 -0.707385 0.143375
-0.190129 -0.069002 0.109358
-0.010148 0.024179 -0.067283
-0.112968 -0.089127 0.092391
-0.185828 0.377372 -0.111155
3 20 4 1
3 34 11 13
3 12 30 0
3 30 13 17
3 23 22 21
3 29 38 17
3 32 0 13
3 14 0 37
3 24 4 21
3 14 32 1
3 24 2 22
3 3 12 25
3 4 24 15
3 21 15 26
3 35 34 13
3 19 32 13
3 19 13 27
```



# Déformations : Methodes physiques ?

- On exprime les equations de la physique sur des éléments volumiques (il faut les construire)= equations différentielles sur des tetraèdres linéaires.
- On applique les conditions initiales (forces, paramètres) sur le maillage volumique
- On résoud les equations par méthode numérique = Inversion de larges matrices creuses.
- On attend ...
- On réitère sur les paramètres



# Déformations : Methode non physique

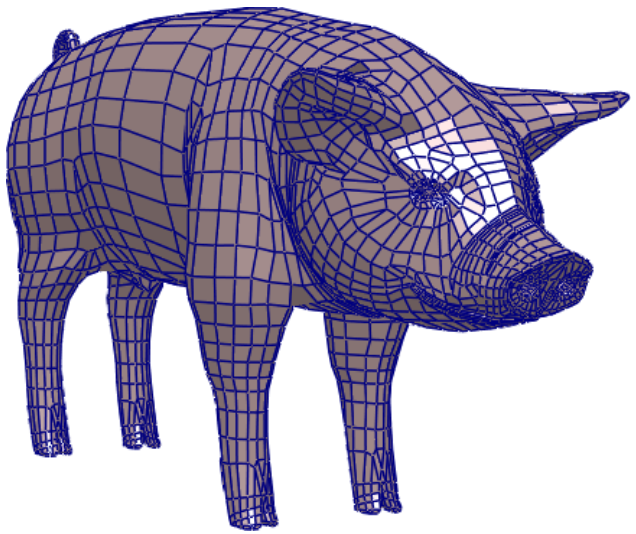
- ⊕ On déplace comme on souhaite ce que l'on souhaite.
- ⊕ Oritenté Résultat.
- ⊕ On ne traite que ce qui est visualisé.
- ⊖ On introduit des procédés non réalistes physiquement.
  $\Rightarrow$ Contraintes

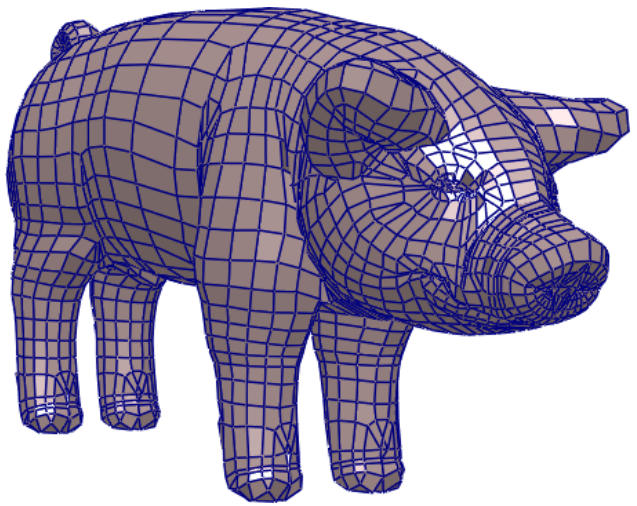
# Déformation d'un maillage

- Animation - Deformation de surface
  = trouver $f$ tel que

$$(x'_0, x'_1, x'_2, ..., x'_n) = f(x_0, x_1, x_2, ..., x_n)$$

On affiche le maillage formé par $(x'_0, ..., x'_n)$ avec l'ancienne connectivité.





- Comment choisir $f$ ?

# Fonction de Deformations

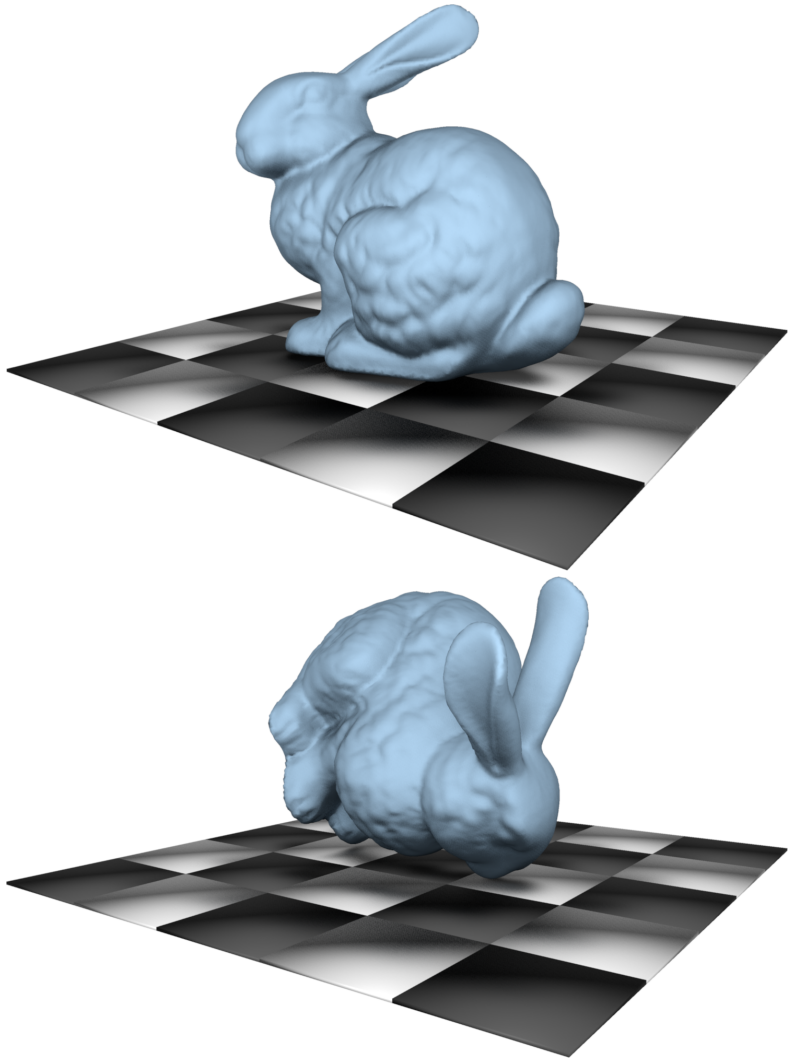
- On maitrise assez peu de transformations $f$

$$f : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbf{x}' \in \mathbb{R}^3$$

- On prend $f$ linéaire : $f = \mathrm{M}$.
- Isométries
  - Translation
  - Symétries
  - Rotations

  $\mathbf{x}' = \mathrm{M}\mathbf{x}$ et $|\det(\mathrm{M})| = 1$
- Les homothéties

$$\mathbf{x}' = \mathrm{diag}(s_1, s_2, s_3)\mathbf{x}$$



# Rotation

## Important !

Rotation autour d'un axe $n$ par un angle $\phi$ !

$$R(\mathbf{n},\phi) = \begin{pmatrix} \cos(\phi) + n_x^2(1-\cos(\phi)) & n_x n_y(1-\cos(\phi)) - n_z\sin(\phi) & n_y\sin(\phi) + n_x n_z(1-\cos(\phi)) \\ n_z\sin(\phi) + n_x n_y(1-\cos(\phi)) & \cos(\phi) + n_y^2(1-\cos(\phi)) & -n_x\sin(\phi) + n_y n_z(1-\cos(\phi)) \\ -n_x\sin(\phi) + n_x n_z(1-\cos(\phi)) & n_x\sin(\phi) + n_y n_z(1-\cos(\phi)) & \cos(\phi) + n_z n_z(1-\cos(\phi)) \end{pmatrix}$$

- Rotation Globale

$$\forall i, \mathbf{x}'_i = \mathrm{R}\,\mathbf{x}_i$$

- Revient au même qu'une expression par quaternion. (interpolations)

# Rotation

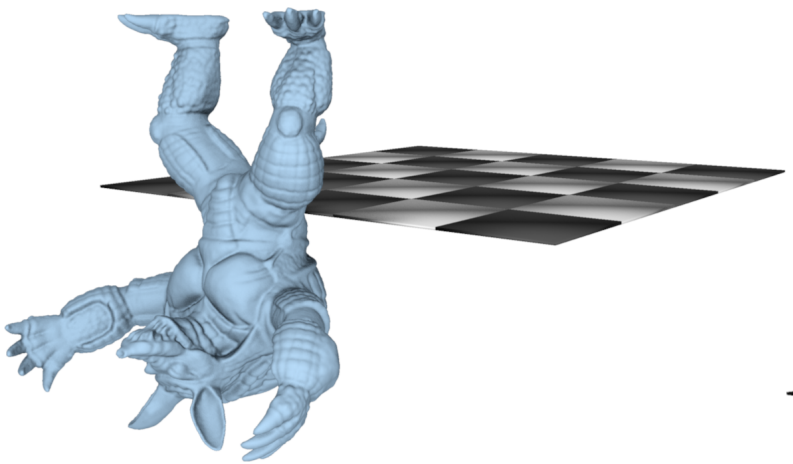
Ne pas oublier de centrer la rotation

$$\mathbf{x}' = \mathrm{R}\,(\mathbf{x} - \mathbf{x_0}) + \mathbf{x_0}$$

Ou sous forme matricielle

$$\mathbf{x}' = \mathrm{T}\,\mathrm{R}\,\mathrm{T}^{-1}\mathbf{x}$$

$\mathrm{T}$ est une simple translation, ou un changement de base locale !
(Inversion de matrice $3 \times 3$ est connu explicitement)



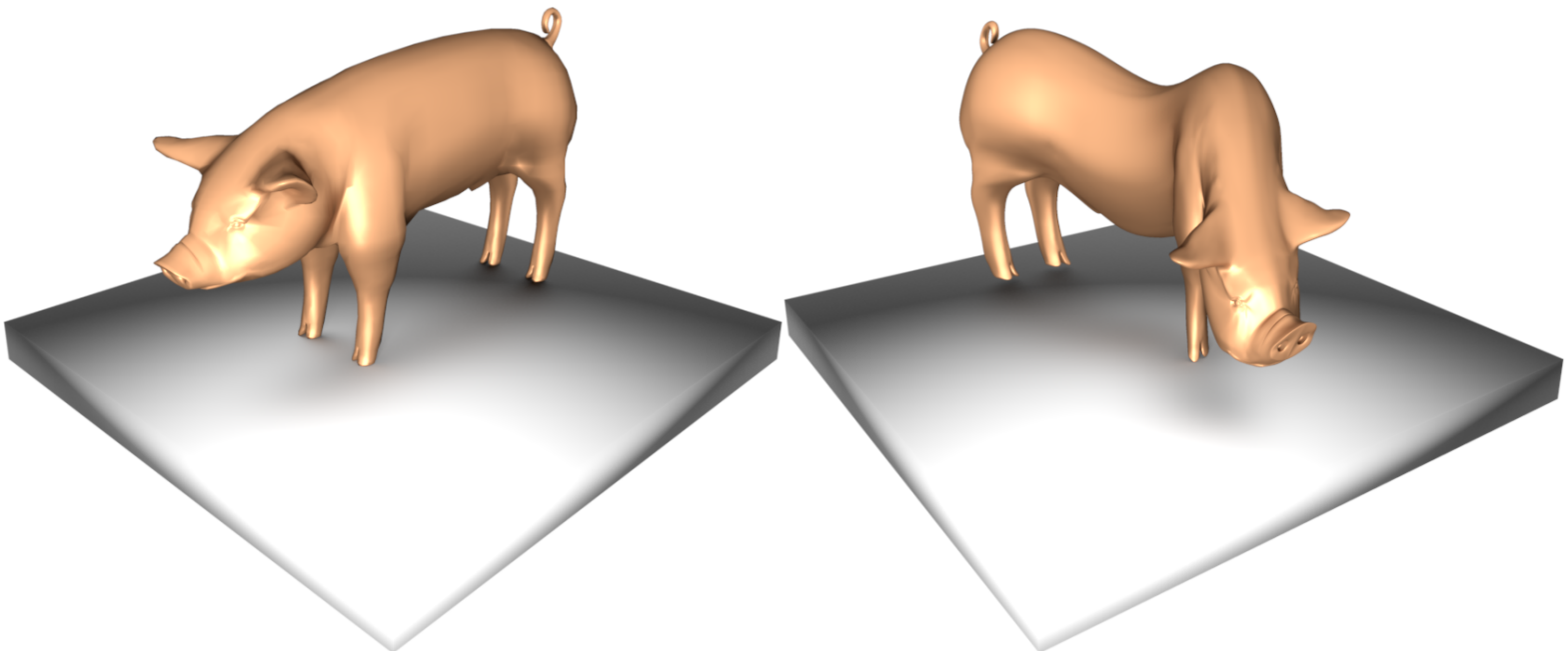
# Transformations rigides

Utilisation supplémentaire :

- On peut faire varier les paramètres de la transformation dans l'espace !

$$f : \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3 \mapsto \mathbf{x}' = \mathrm{M}(\mathbf{x})\,\mathbf{x}$$

*Ex. Translation dépendant de la position :*



# Transformations rigides

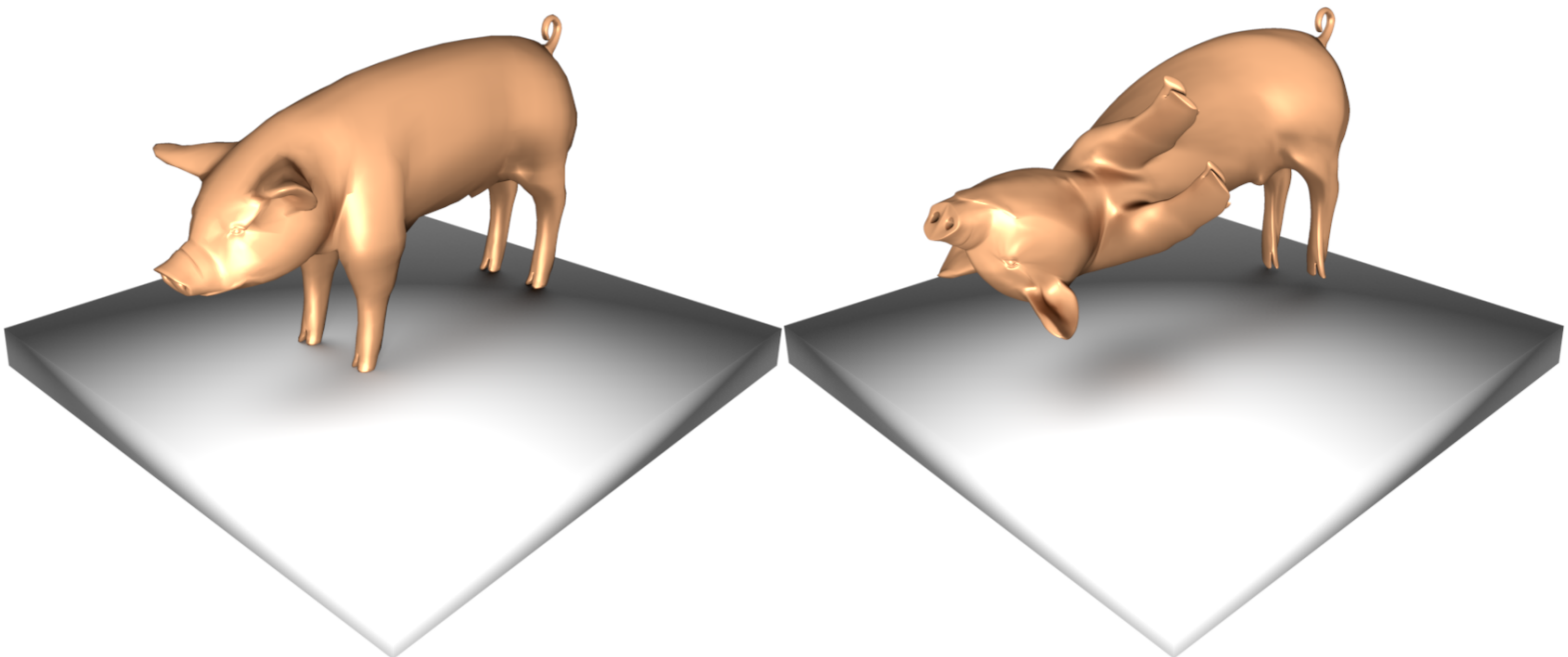
- Angle de rotation qui varie

$$\forall i, \mathbf{x_i}' = R\left(\mathbf{n}, \frac{z}{z_{max}}\right) \mathbf{x}_i$$

```
for(k=0;k<N;k++)
 {
   Vec x = mesh.get_vertex(k);
   double angle = x[0] * PI * time;
   Matrix R = Matrix::rotation(Vec(1,0,0),angle);
   mesh.set_vertex(k,R*x);
 }
```

# Transformations rigides : Exemple

*Exemple de Rotation d'angle variable*



# Transformation rigides

⊖ Transformations non locales.

⊖ Axe et angle variable des rotations : complexe à manipuler

⇒ On utilise des transformations constantes

⇒ On les rend locales artificiellement morceaux par morceaux

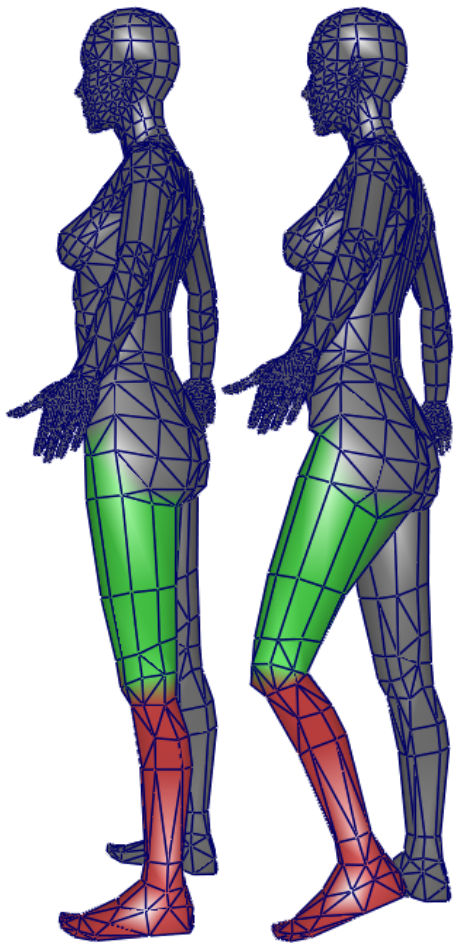
$$\forall i,\ \mathbf{x}'_i = \mathrm{M}(\mathcal{E}(i))\,\mathbf{x}$$

Et $\mathrm{M}(\mathcal{E}(i)) = \mathrm{I}$ pour les ensembles non déformés.
$\mathcal{E}(i) =$ segmentation du maillage.

# Transformation locales

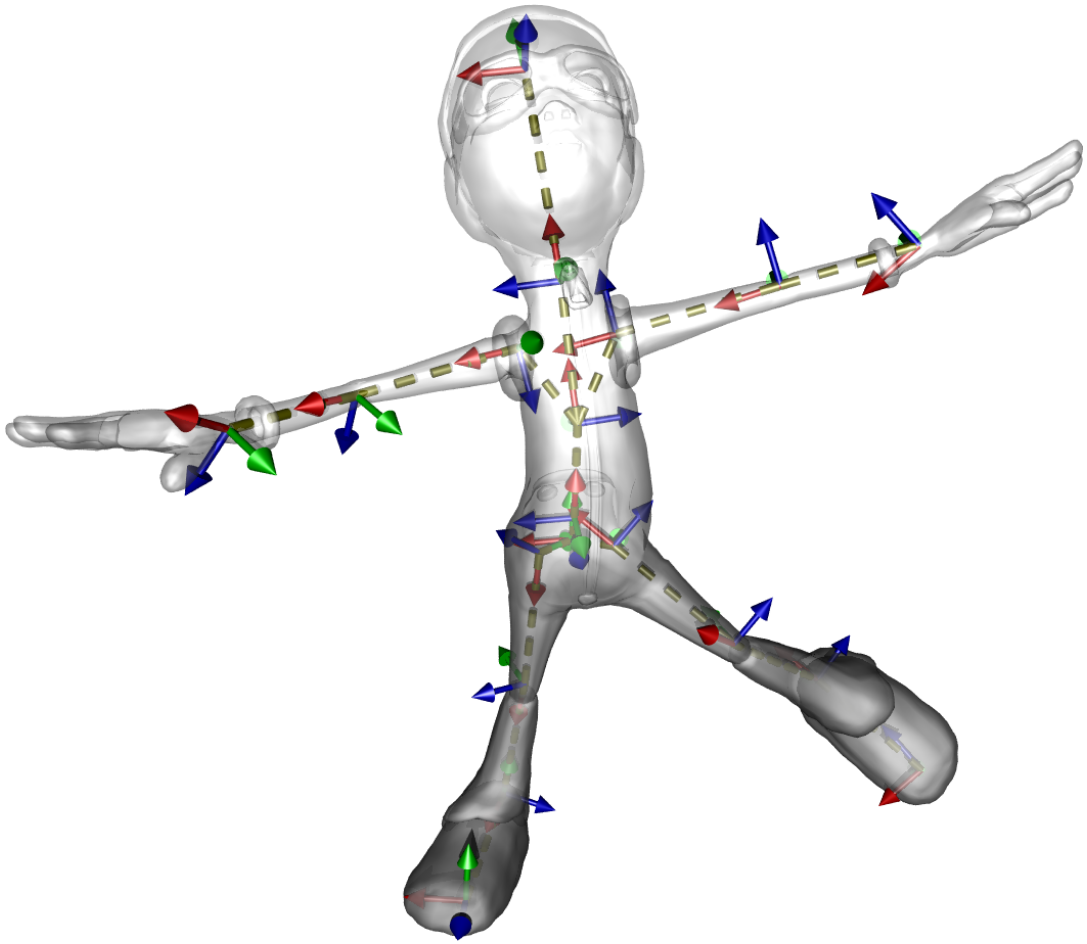
- On définit des régions $\mathcal{E}$
- On applique une transformation différente sur chaque partie $\mathrm{M}(\mathcal{E})$
- On utilise principalement des rotations. $\mathrm{R}_{\mathcal{E}}$

$\Rightarrow$ Comment définir les paramètres de la transformation ?



# Squelette d'animation

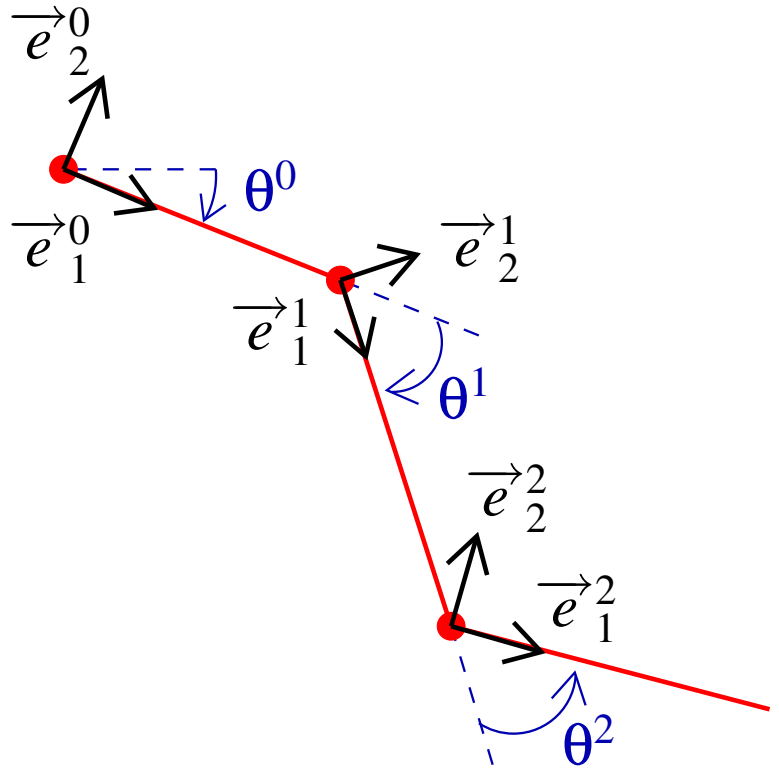
- Objets sont articulés autour d'un squelette d'animation.
- Squelette = Ensemble de repères hiérarchiques.
- Orientation par rotations successives.



# Squelette d'animation

- Transformations hiérarchiques.

$$
\begin{aligned}
T_0 &= R_0 \\
T_1 &= T_0 M_1 R_1 M_1^{-1} = R_0 M_1 R_1 M_1^{-1} \\
T_2 &= T_1 M_2 R_2 T_2^{-1} = \dots \\
&\vdots \\
T_i &= \prod_{k=0}^{i} M_k R_k M_k^{-1}
\end{aligned}
$$

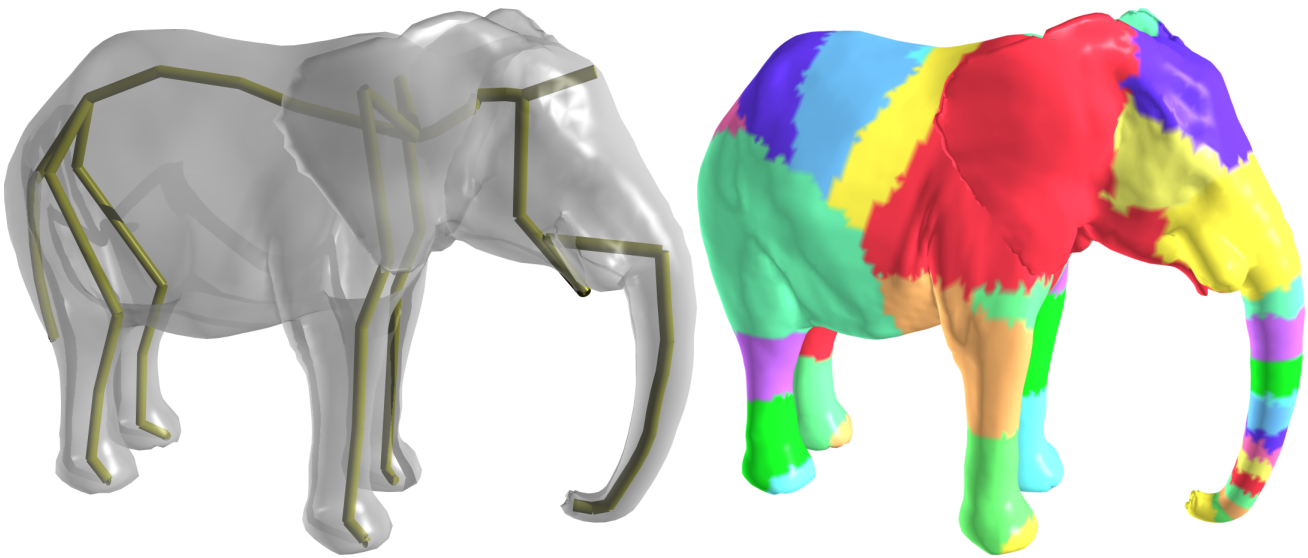


# Skinning Rigide

- On lie un morceau local de la surface à un repère du squelette.
- Transformation du repère appliquée sur tous les points du morceau.

$$\mathbf{x}_i(t) = \mathrm{T}_{\mathcal{E}(i)}(t)\,\mathrm{T}^{-1}_{\mathcal{E}(i)}(0)\,\mathbf{x}_i(0)$$

$\mathrm{T}(0)$ = Bind Pose.



# Squelette

```
class Frame
{
 Matrix R;
 Matrix Bind;
 Joint *father;
 std::list <Joint*> son;
}
```

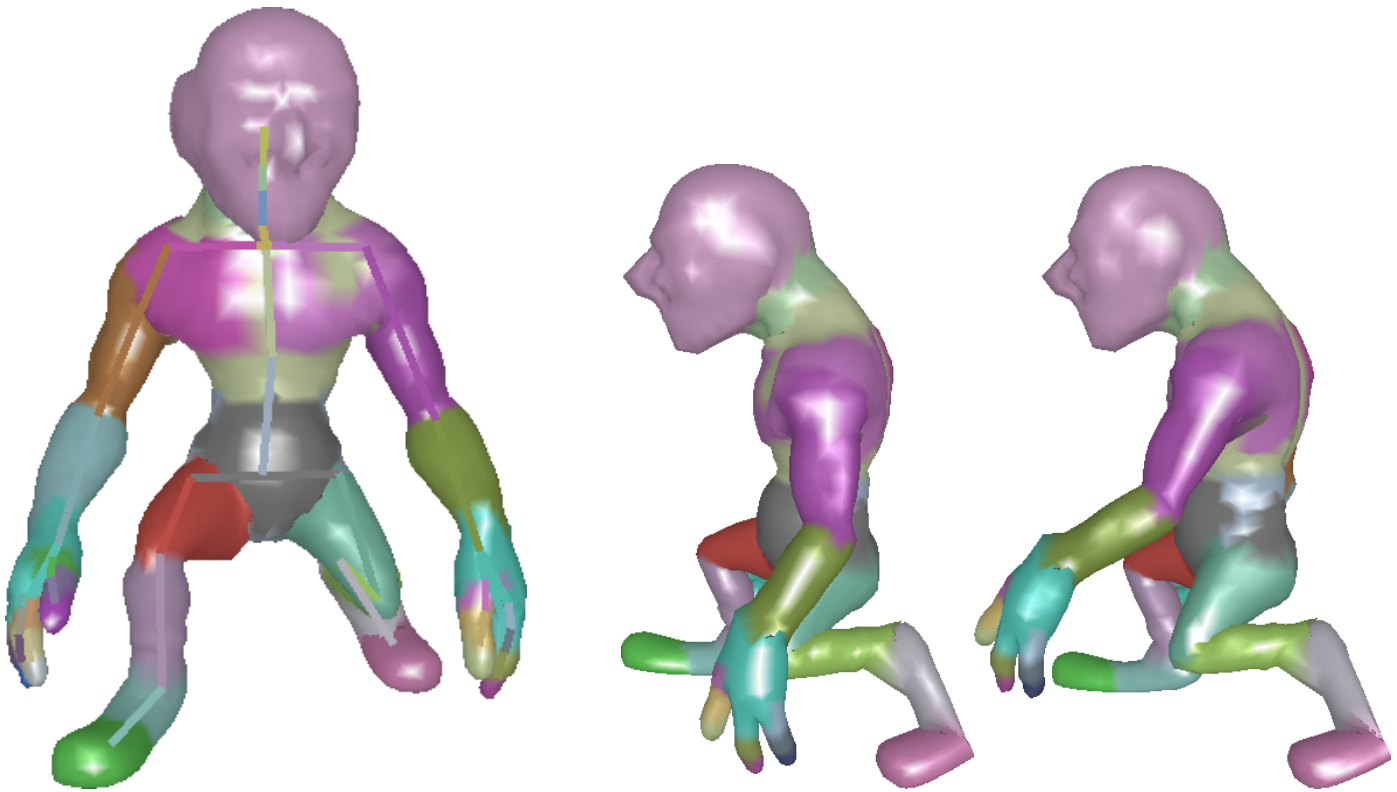
```
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{
  int bone_dependency =
     skinning.bone_dependency(k_vertex);
  Matrix T = skeleton.get_matrix(bone_dependency);
  Matrix B =
     (skeleton.get_bind_pose(bone_dependency)).invert();
  deformed_mesh(k_vertex) = T*B * mesh(k_vertex);
}
```

# Skinning Rigide : Exemple

- Action Hierarchique du Squelette

$$\mathbf{x}(t) = \mathrm{M}\,\mathbf{x}(0)$$

*Ex. Une rotation* $\mathrm{R}_3 = R((1,0,0),45)$



# Avantage Skinning

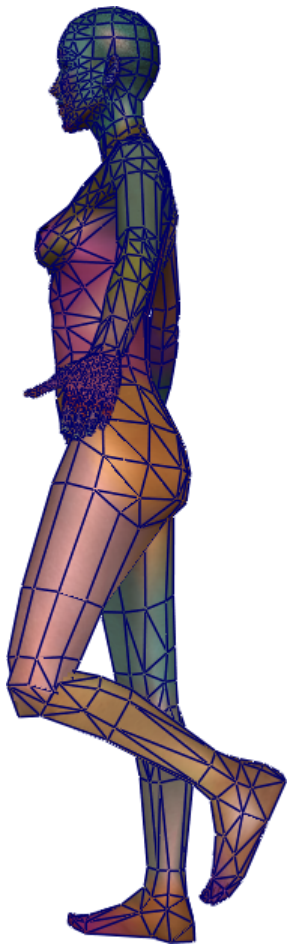
Le squelette est

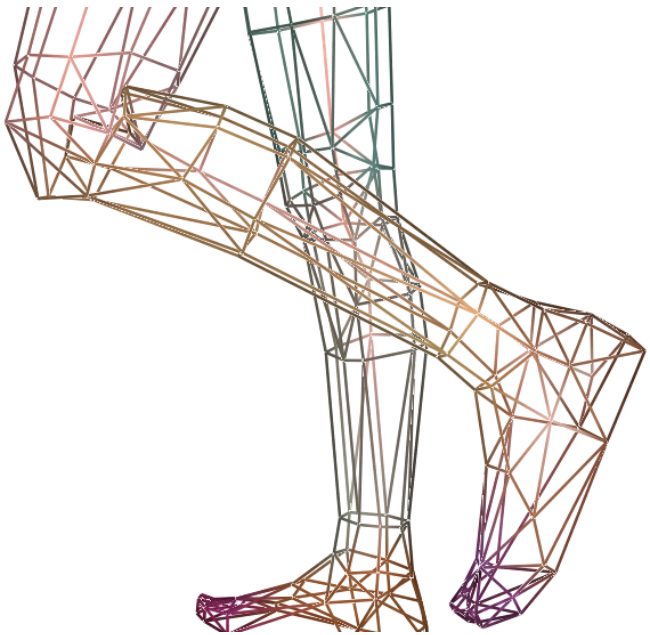
- ⊕ Facile à construire
- ⊕ Facile à animer
- ⊕ Intuitif pour animer un personnage.

# Inconvénients Skinning

Mais :

- ⊖ Discontinuités



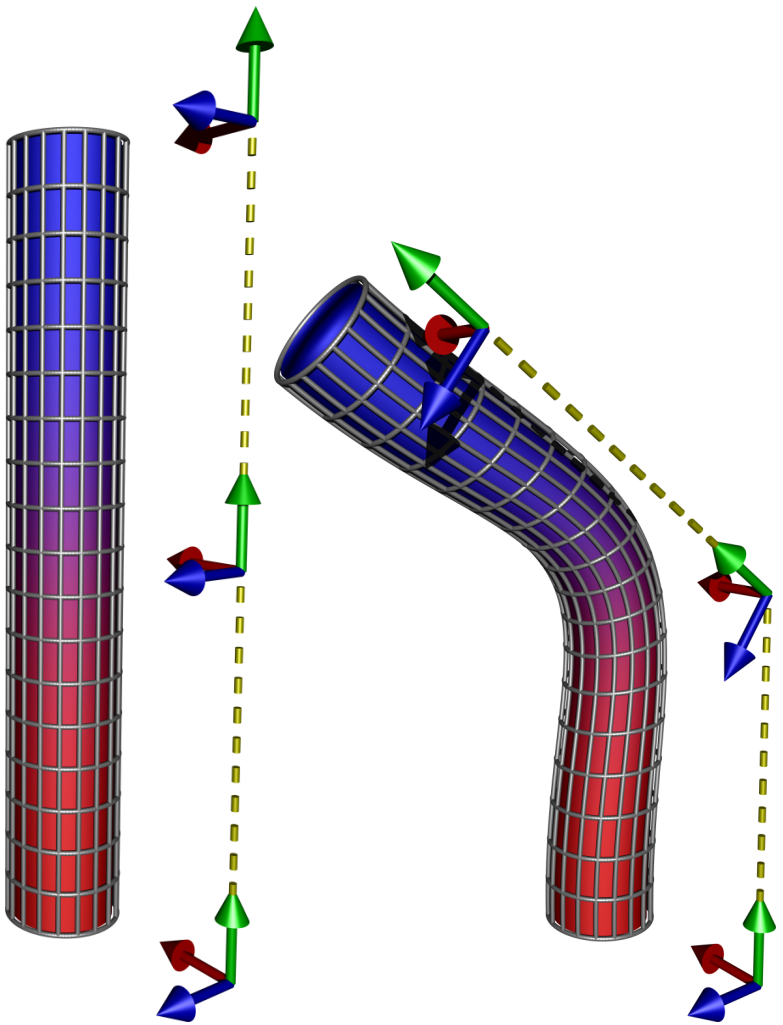


# Interpolation des Transformations

*Idee :* Il faudrait interpoler les transformations entre les repères.

- Le plus simple :

$$T = \omega T_0 + (1 - \omega) T_1$$



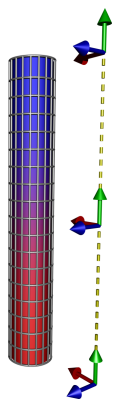
- Comment définir les $\omega$ ?

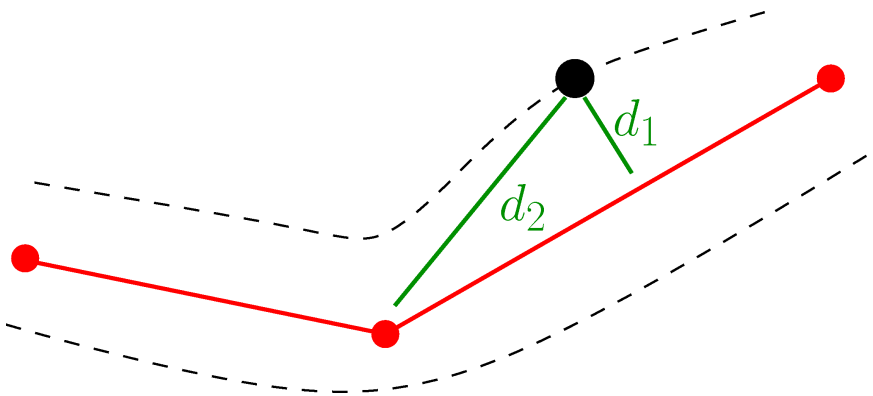
# Poids de Skinning

Méthode Possible :

- Fonction de la distance au squelette puis on normalise.

$$\alpha_1 = \frac{1}{d_1}$$
$$\alpha_2 = \frac{1}{d_2}$$
$$\omega_1 = \frac{\alpha_1}{\alpha_1+\alpha_2}$$
$$\omega_2 = \frac{\alpha_2}{\alpha_1+\alpha_2}$$





# Distance cylindrique

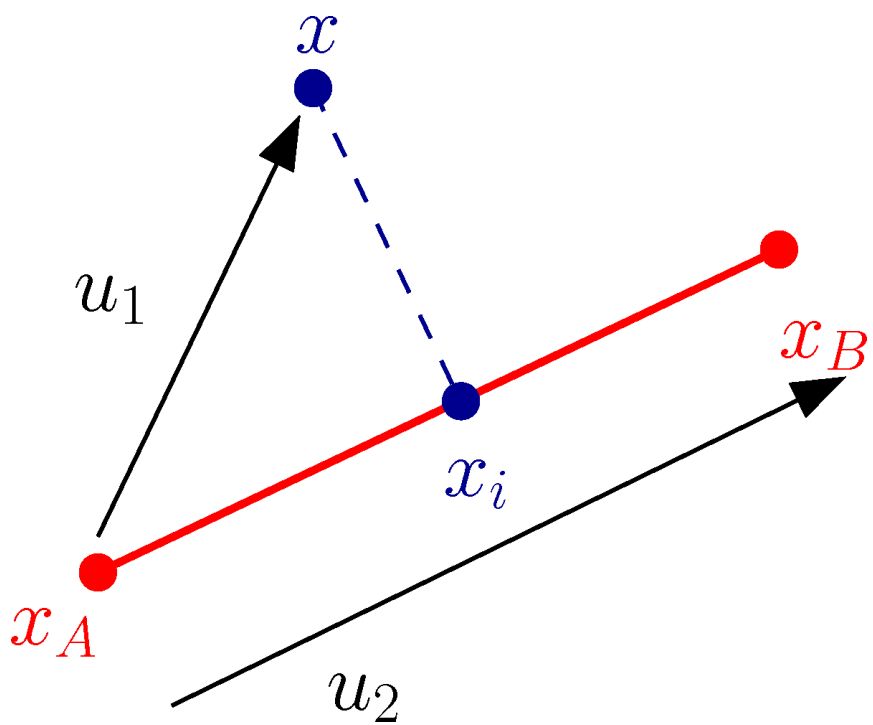
Distance d'un point **x** à un segment [AB].

$\mathbf{u_1} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_A \quad , \quad \mathbf{u_2} = \mathbf{x}_B - \mathbf{x}_A$

$$p = \frac{\mathbf{u}_1 \cdot \mathbf{u}_2}{\|\mathbf{u}_2\|^2}$$

Si $p < 0$ $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_A$
Si $p > 1$ $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_B$
Sinon $\mathbf{x}_i = \mathbf{x}_A + p\mathbf{u}_2$.

$$d = \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_i\|$$



# Structure de données : Poids de Skinning

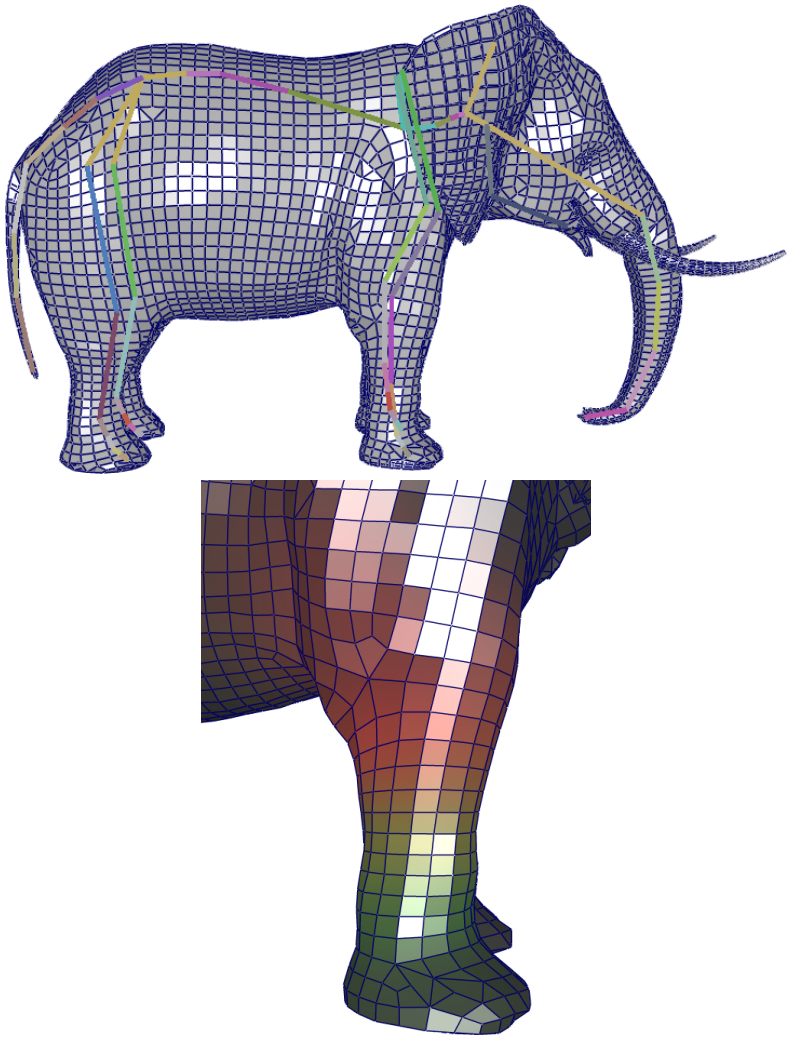
- Pour tout sommet $i$, on associe les couples (os,poids) : $(b_k, \omega_k)_{k \in \mathcal{E}(i)}$.

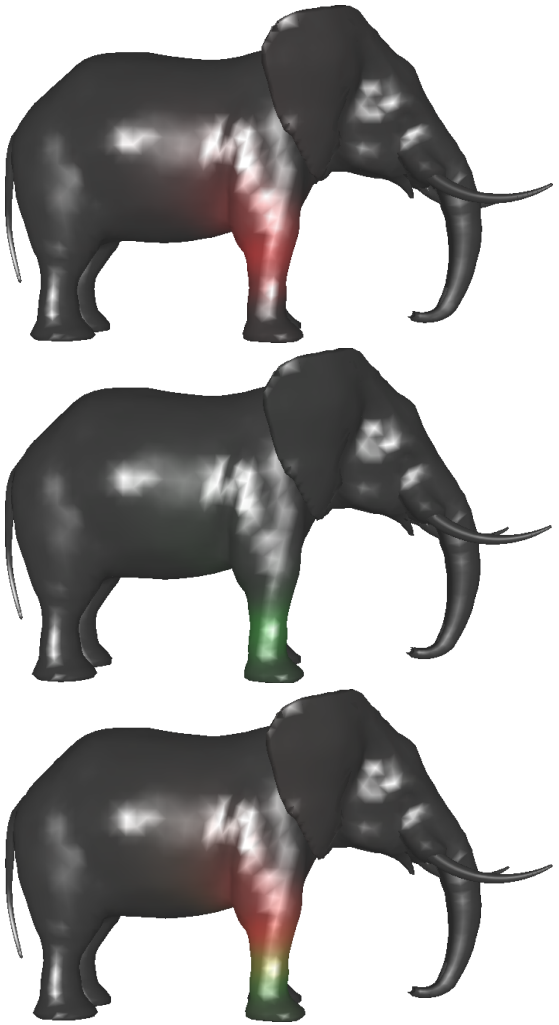
```
std::vector <std::vector <int>> bone_dependencies;
std::vector <std::vector <double>> skinning_weights;

for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{
  N_dep = bone_dependencies[k_vertex].size();
  for(k_dep=0;k_dep<N_dep;k_dep++)
  {
    bone = bone_dependencies[k_vertex][k_dep];
    weight = skinning_weight[k_vertex][k_dep];
  }
}
```

# Calcul des Poids

```
//skinning weights
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{
  for(k_bone=0;k_bone<N_bone;k_bone++)
  {
    alpha = push_back(1/distance(k_vertex,k_bone));
    if(alpha>epsilon)
    {
      skinning_weights[k_vertex].push_back(alpha);
      bone_dependencies[k_vertex].push_back(k_bone);
    }
  }
  norm_skinning_weights();
}
```

# Exemples



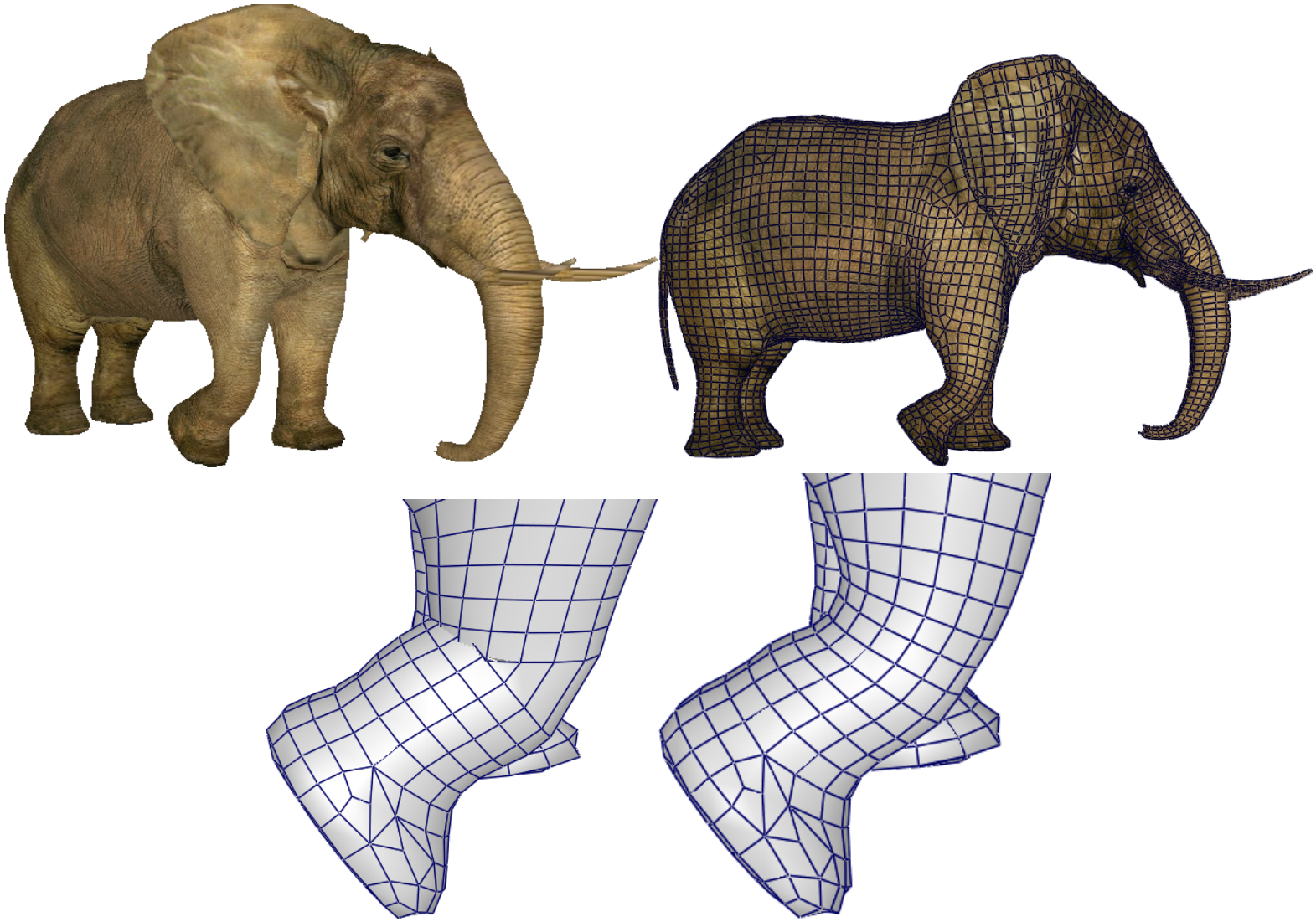


# Skinning Lisse

$$\mathbf{x} = \left( \sum_i \omega_i \mathrm{M}_i \right) \mathbf{x}_0$$

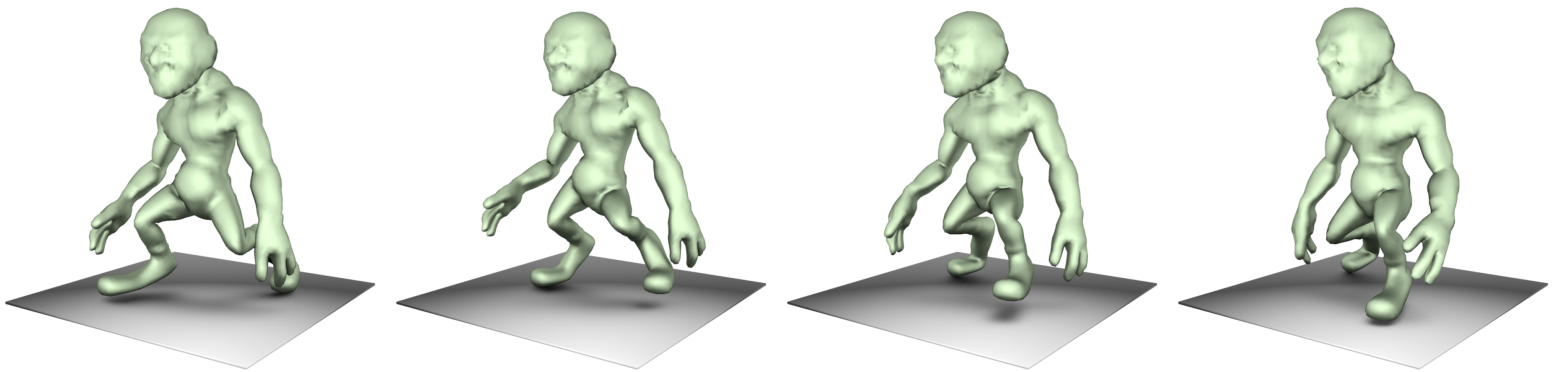
```
for(k_vertex=0;k_vertex<N_vertex;k_vertex++)
{ int N_dep = bone_dependencies[k_vertex].size();
  Matrix D;
  for(k_dep=0;k_dep<N_dep;k_dep++)
  { int k_bone = bone_dependency[k_vertex][k_dep];
    double weight = skinning_weights[k_vertex][k_dep];
    D += weight*skeleton.matrix(k_bone);}
  deformed_mesh(k_vertex) = D * mesh(k_vertex);
}
```

# Exemples



# Animation

- Animation = Les angles des rotations de $\mathrm{M}$ dépendent du temps.




+ <animation id="ele_R_shoulder_rotateY"></animation>
+ <animation id="ele_R_shoulder_rotateZ"></animation>
+ <animation id="ele_R_elbow_rotateX"></animation>
– <animation id="ele_R_elbow_rotateY">
  – <source id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-input">
    – <float_array id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-input-array" count="134">
      0.040000 0.080000 0.120000 0.160000 0.200000 0.240000 0.280000 0.320000 0.360000 0.400000 0.440000 0.480000 0.520000
      0.560000 0.600000 0.640000 0.680000 0.720000 0.760000 0.800000 0.840000 0.880000 0.920000 0.960000 1.000000 1.040000
      1.080000 1.120000
    </float_array>
  </source>
  – <source id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-output">
    – <float_array id="ele_R_elbow_rotateY_ele_R_elbow_rotateY_ANGLE-output-array" count="134">
      0 -0.072670 -0.223444 -0.389830 -0.549435 -0.692583 -0.812962 -0.905247 -0.964565 -0.985765 -0.985721 -0.985668 -0.985607
      -0.985540 -0.961561 -0.887361 -0.755854 -0.560878 -0.285142 -0.201935 -0.173549 -0.175789 -0.182313 -0.192826 -0.207032
      -0.224636
    </float_array>

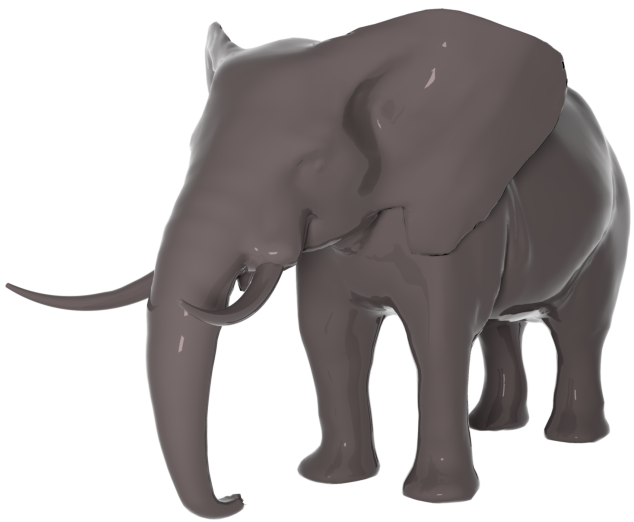
# Skinning Lisse : Conclusion

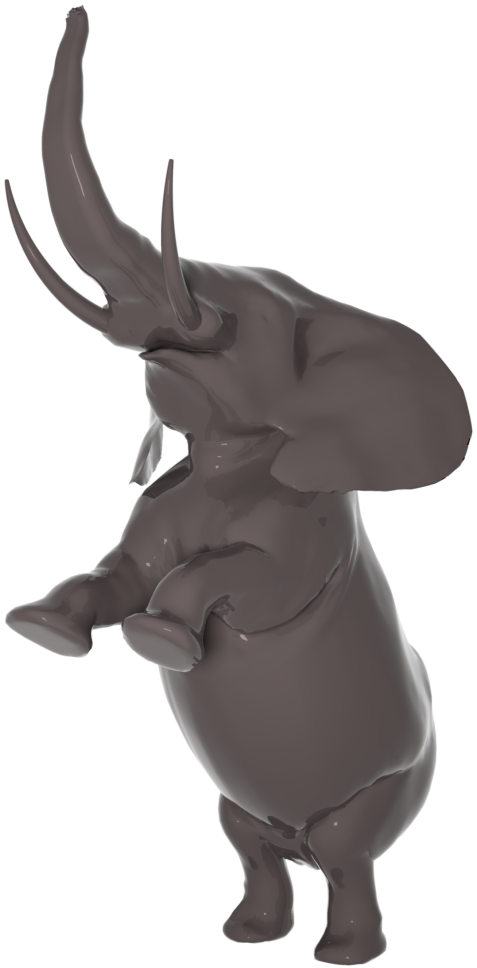
**Avantages**

- ⊕ Calcul Rapide.
- ⊕ Squelette intuitif à paramétrer.

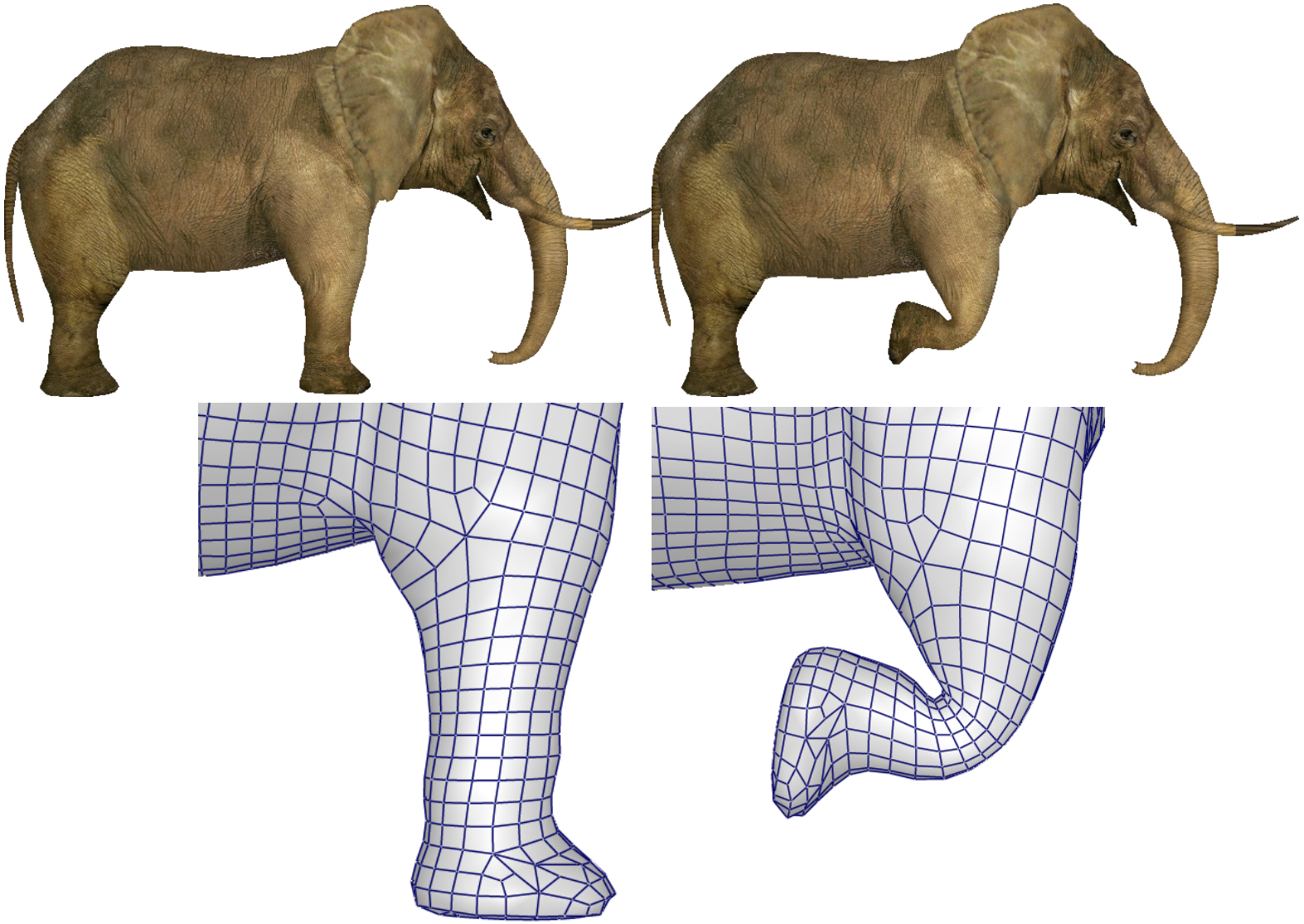
**inconvénients**

- ⊖ Artefacts pour des angles importants.





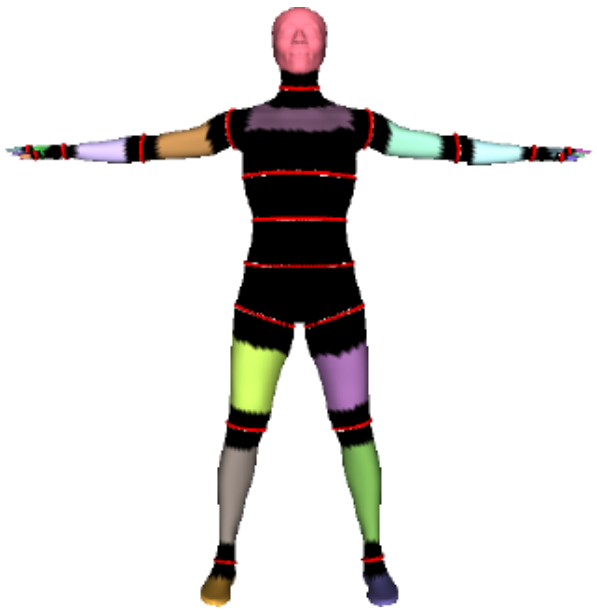
# Collapsing Elbow



# Améliorations Poids de skinning

**Poids de skinning** : Problème de distance cartésienne.

- Méthode 2 : Un artiste peint directement sur le maillage
- Méthode 3 : Plus intelligent (distance curviligne, ...)

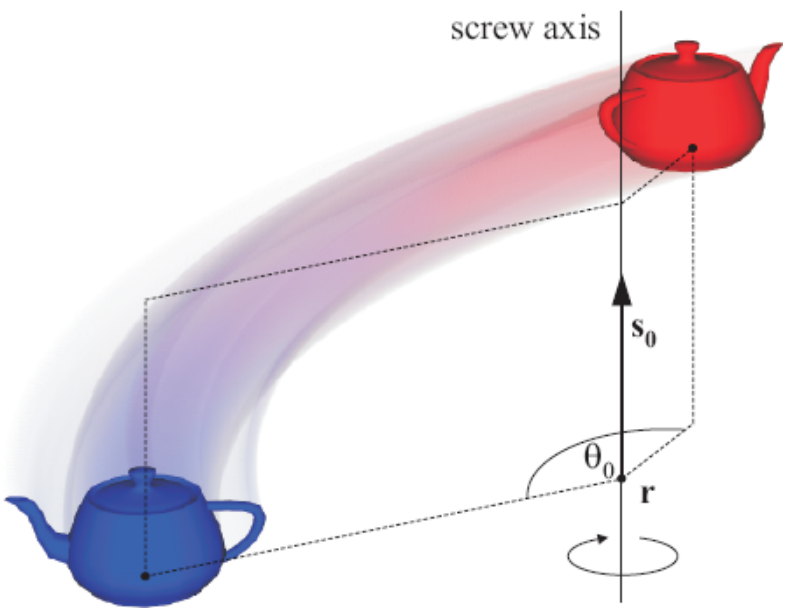


# Améliorations Possibles

**Interpolation** : Interpolation linéaire n'est pas correcte.
$\mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 \neq \mathcal{R}$.

$\Rightarrow$ Comment interpoler une matrice de transformation ?

- **Exponential map** : Problème de temps de calcul.
- **Quaternions** : Ici on a un axe de rotation qui se translate.
- **Dual Quaternions** : OK



# Autres methodes

Skinning = **S**keleton **S**ubspace **D**eformation
Methode la plus adaptée pour les mouvements articulés autour d'un squelette.

- Déformer un visage = interpolation de formes
- Déformation "molles" = FFD
- Deformations hierarchiques = Multiresolution
- Deformations libres = Inversion de matrices + contraintes